



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

学士学位论文

江门中微子实验中十亿电子伏特能区的中微子的测量

作者姓名: 严启宇

指导教师: 郑阳恒 教授 中国科学院大学物理科学学院

学位类别: 理学学士

专业: 物理学

学院(系): 中国科学院大学物理科学学院

2021 年 6 月

Physics sensitivity study with GeV neutrinos in JUNO

A thesis submitted to the
University of Chinese Academy of Sciences
in partial fulfillment of the requirement
for the degree of
Bachelor of Natural Science
in Physics
By
Yan Qiyu

Supervisor: Professor Zheng Yangheng

School of Physical Sciences

June, 2021

中国科学院大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日 期：

中国科学院大学

学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院大学有关保存和使用学位论文的规定，即中国科学院大学有权保留送交学位论文的副本，允许该论文被查阅，可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：

摘要

江门中微子实验是一项通过对于中微子振荡的测量的实验，主要实验目的是通过对于多种来源的中微子的振荡行为的观察来回答中微子质量顺序等众多待解决的问题。在众多中微子来源中，以大气中微子为代表的十亿电子伏特能区中微子的测量能帮助江门中微子实验回答一些中微子相关的问题。本研究通过模拟的手段对于江门中微子在十亿电子伏特能区的中微子的测量能力做出估计，在较为乐观，不考虑系统误差的情况下，江门中微子能对于质量顺序在十年内给出 $\sigma = 2.45$ 的敏感度。并且，在江门中微子探测器上能对于超对称模型预言的质子衰变做出检验。

关键词：江门中微子实验，大气中微子，中微子物理

Abstract

The Jiangmen Underground Neutrino Observatory (JUNO) is an experiment focused on neutrino oscillation observatory, its main purpose is to answer those unknown questions, e.g. neutrino mass hierarchy (MH) problem. Among those various neutrino sources, those GeV energy range neutrinos represented by atmospheric neutrino could help answering those questions. The goal of this research is to predict the ability of JUNO experiment to answer those questions a.k.a sensitivity, using Monte Carlo simulation. In optimistic view, JUNO can reach a sensitivity of $\sigma = 2.45$ when determining mass hierarchy with 10 years of observatory. And predicted that JUNO detector is capable of verifying proton decay predicted by SUSY.

Keywords: Jiangmen Underground Neutrino Observatory, Atmospheric Neutrino, Neutrino Physics

目 录

第 1 章 引言	1
第 2 章 质量顺序与中微子振荡与大气中微子	5
2.1 中微子振荡的理论推导	5
2.2 中微子振荡的物质效应	9
2.3 大气中微子	11
2.3.1 大气中微子的振荡	12
2.3.2 自下而上的中微子流强	16
2.4 大气中微子与质子衰变的搜寻	18
第 3 章 江门中微子实验	21
3.1 背景	21
3.2 江门中微子实验设计	23
3.3 Fully-Contained 与 Partially-Contained	25
3.4 中微子味道鉴别	26
第 4 章 中微子与核作用的末态粒子	29
4.1 $\pi^{\pm,0}$ 计数	30
4.2 粒子带走的能量占 E_ν 比例	33
4.3 中子的能量分布	37
4.4 μ 与 ν_μ 之间的夹角	39
4.5 较重的强子	42
第 5 章 Geant4 模拟	45
5.1 能量沉积的响应矩阵与筛选条件	46
5.2 综合筛选效率	49
5.3 Michel 电子	51
第 6 章 去卷积 (Unfolding)	53
6.1 直接使用逆矩阵的缺陷	53
6.2 贝叶斯迭代	54
6.2.1 贝叶斯迭代的正则化	54
第 7 章 质量顺序的敏感度	57
7.1 对于江门中微子实验的敏感度的估算	58

第 8 章 总结与展望	61
附录 A ν_μ 的振荡概率	63
附录 B 中微子流强的拟合	65
附录 C Protons and Charged Pions in Liquid Argon	67
C.1 Process during propagating	67
C.1.1 Per step process	67
C.1.2 Stopping or disappearing process	69
C.2 Range distribution	72
C.2.1 Range Distribution for protons	72
C.2.2 Range Distribution for π^+	73
C.2.3 Range Distribution for π^-	73
C.3 Range v. Energy Plot	73
C.4 PID in magnetic field free TPC	74
C.4.1 End $\frac{dE}{dx}$ Distribution for protons @ 100 MeV	74
C.4.2 End $\frac{dE}{dx}$ Distribution for π^+ @ 100 MeV	75
C.4.3 End $\frac{dE}{dx}$ Distribution for π^- @ 100 MeV	75
参考文献	79
致谢	85

图形列表

2.1 物质效应对大气中微子振荡的影响	8
2.2 物质效应对中微子振荡的影响	10
2.3 已有的对于大气中微子能谱的测量与模拟	11
2.4 中微子流强成分	12
2.5 中微子振荡计算使用的地球密度模型, 数据来自于 Wendell et al. (2021)	13
2.6 ν_μ 以及 $\bar{\nu}_\mu$ 的存活概率关于能量以及高度角的关系	14
2.7 ν_μ 中微子的正反比 $\frac{\nu_\mu}{\bar{\nu}_\mu}$	15
2.8 来自下方的 ν_μ 流强	17
2.9 $-0.6 < \cos Z < -0.5$ 范围的 ν_μ 流强	17
3.1 反电子中微子在江门中微子实验的典型能量 3 MeV 以及基线长度 53 km 下振荡行为的计算	22
3.2 江门中微子实验探测器设计	23
3.3 中性流与带电流的事例数对比	27
4.1 按事例的 π^0 计数	31
4.2 按事例的 π^+ 计数	32
4.3 按事例的 π^- 计数	32
4.4 μ^- 带走能量的分布	33
4.5 μ^- 带走能量的分布	34
4.6 质子带走能量的分布	35
4.7 π^+ 带走能量的分布	35
4.8 π^- 带走能量的分布	36
4.9 π^0 带走能量的分布	37
4.10 中子在带电流末态中的计数	38
4.11 中子在带电流末态中的携带的能量分布	38
4.12 100 MeV 中子在液闪中的穿透深度	39
4.13 末态 μ 与初态的 ν_μ 之间的夹角	40
4.14 末态 μ 与初态的 ν_μ 之间的夹角, 筛选 $L_\mu > 5$ m	41
4.15 末态 K^+ 的产生的阈值于概率	42
4.16 末态 Λ_c^+ 的产生的阈值于概率	43
5.1 没有经过事例筛选的情况下响应矩阵	47

5.2 水池中能量的沉积	48
5.3 筛选水池中没有能量沉积的响应矩阵	49
5.4 筛选条件的效率	50
5.5 综合考虑所有筛选条件之后的响应矩阵	51
5.6 Michel 电子带来的时间特征	52
6.1 迭代次数与 χ^2 分布的关系	55
6.2 Unfolding 结果	56
7.1 $-1 < \cos Z < -0.9$ 范围内中微子带电流事例数的期望以及拟合	59
A.1 ν_e 以及 $\bar{\nu}_e$ 的出现概率关于能量以及高度角的关系	63
A.2 ν_τ 以及 $\bar{\nu}_\tau$ 的出现概率关于能量以及高度角的关系	64
C.1 Depth distribution for proton at kinetic 350 MeV, you can see particles stop both either hIoni process and protonInelastic process and they take similar fraction	70
C.2 Depth distribution for π^+ at kinetic 150 MeV, like the plot above for protons, but the shape for inelastic process has different shape, , and for the Decay process in figures, the event count is so small that the bars are hard to see	71
C.3 Depth distribution for π^- at kinetic 150 MeV	72

表格列表

2.1 10 年内江门中微子探测器上的大气中微子造成的 K^+ 事例数 ······	19
3.1 江门中微子实验 20" 光电倍增管性能 ······	24

符号列表

缩写

JUNO	Jiangmen Underground Neutrino Observatory, 江门地下中微子实验
MH	Mass Hierarchy, 质量顺序
IBD	Inverse Beta Decay, 反 β 衰变
NH	Normal Hierarchy, 正常（质量）顺序
IH	Inverted Hierarchy, 反常（质量）顺序

第1章 引言

中微子是标准模型给出的三种电中性，无色¹的自旋为 $\frac{1}{2}$ 的轻子，相互作用据目前所知仅限于与 W^\pm, Z 玻色子以及带电的费米子之间的弱相互作用。正如其名所暗示，中微子质量极其微小，以至于电弱模型以及标准模型认为其质量为零。中微子也具有很弱的反应性，导致它们难以被实验直接观察到。

虽然中微子早在十九世纪三十年代就为了解决 β 衰变的能谱问题而被提出，但是中微子的第一次在实验中被直接观察到是在更之后的五十年代，被 Reines and Cowan et al. (1956) 通过对于电子性中微子 ν_e 的反 β 衰变首次观察到。随着实验方法被改进，三种中微子陆陆续续被发现，最后一种被发现的中微子直到 2001 年才被 DONUT 合作组观察到 (Kodama et al., 2001)。

中微子往往伴随着带电轻子产生，按照它们伴随的带电轻子类型中微子被分类为电子中微子 ν_e ，缪子中微子 ν_μ 以及陶子中微子 ν_τ 。在标准模型中的三种中微子也就对应于这三种，虽然各种超出标准模型的理论预言了，一类仅参与弱相互作用的惰性中微子的存在。但是，在 Schael et al. (2006) 在大型电子质子对撞机上的对于 Z 玻色子的宽度精确测量给出质量在 Z 玻色子一半以下中微子的种类仅有三种。

中微子有众多来源：在自然界中，太阳的聚变反应会释放中微子，称为太阳中微子、以及宇宙线在大气层中产生的次级粒子束衰变产生的中微子，称为大气中微子，地球中存在的天然放射性同位素衰变会产生中微子，这类在中微子被称为地球中微子、以及超新星爆发过程中会有剧烈的中微子产生过程，这时候产生的中微子被称为超新星中微子、还有从宇宙大爆炸开始就存在的原初中微子，或称作宇宙中微子背景辐射中微子。

中微子还有很多人造来源，一方面，核反应堆中的裂变会产生反应堆中微子，以及加速器通过打靶产生 π 子衰变产生轻子的同时产生的中微子被称为加速器中微子。

在对于中微子的认识逐渐推进的过程中，有重要的一环就是中微子振荡的发现。这一发现的背景问题是太阳中微子之谜。太阳中微子之谜指的是也就是

¹也就是说没有色量子数的存在，这与夸克和胶子的有色相对

在地球观察到的来自太阳内部的 ν_e 数量只有太阳模型预测的三分之一到二分之一。这是受制于当时观察技术的限制，对于中微子的观察仅限于 ν_e 。之后 19 世纪末开始的一系列实验开始寻找别的味道的中微子，包括超级神冈实验 (Super-Kamiokande Collaboration et al., 1998) 以及 SNO 实验 (Ahmad et al., 2002) 等一系列实验陆陆续续的给出了太阳中微子之谜的解答：中微子在传播过程中发生了味道的改变，这一改变导致实验观察到的 ν_e 中微子的计数下降。

但是在理论上要允许中微子在传播过程中发生味道的改变，就要求：中微子参加相互作用的本征态，也即味道本征态，与中微子传播的本征态，也即质量本征态下的哈密顿不再对易。这也就带来一个不平凡的结论——中微子具有三种不同的质量本征态，并且这三个质量本征态与味道本征态之间不是一一对应的关系。他们之间的关系一般被写作（不考虑惰性中微子等进一步超出标准模型的情况）：

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

其中 $\nu_{e,\mu,\tau}$ 是中微子的三种味道本征态，是在场的相互作用中直接与规范玻色子场直接耦合的本征态。 $\nu_{1,2,3}$ 是质量的本征态，是传播过程的本征态。 \mathbf{U} 被称为是中微子的混合矩阵。多数情况下它被假设是一个幺正的矩阵，在此前提下最常用的一个参数化在不考虑马约拉纳相角的情况下被定义为：

$$\begin{cases} \frac{|U_{e2}|^2}{|U_{e1}|^2} \equiv \tan^2 \theta_{12} \\ \frac{|U_{\mu 3}|^2}{|U_{\tau 3}|^2} \equiv \tan^2 \theta_{23} \\ U_{e3} \equiv \sin \theta_{13} e^{-i\delta} \end{cases} \quad (1.2)$$

在此参数化下， \mathbf{U} 矩阵可以被写作 (Zyla et al., 2020)：

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{13}s_{23}c_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{13}s_{23}s_{12}e^{i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{13}c_{23}s_{12}e^{i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.3)$$

其中 $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ 以及 $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ 。参数 α 以及 β 仅在中微子作为马约拉纳粒子时才会有意义，它们在振荡计算中始终被抵消。 θ_{12}, θ_{13} 以及 θ_{23} 称为中微子的混合角。 δ 也被写作 δ_{CP} ，称为 CP 破缺相角。在中微子振荡问题中，还有两个自由参数是中微子的质量平方差 $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ 中的任意两个，中微子的绝对质量尺度不会在振荡计算中有效应。

以上给出的 3 个混合角，一个 CP 相位角，以及两个中微子质量平方差，共六个参数是描述中微子振荡的六个自由参数，中微子振荡物理的测量也围绕它们展开。从 1998 年至今的一系列实验对于这些中微子振荡进行了系统的测量，给出了 $\Delta m_{21}^2, |\Delta m_{23}^2|, \sin^2 \theta_{12}, \sin^2 \theta_{13}$ 以及 $\sin^2 \theta_{23}$ 的数值 (Hagiwara et al., 2002)。仍待解决的重要问题是 Δm_{23}^2 的符号，中微子三种质量本征态中，在中间的质量值更接近更大的还是更小的，于是被称为质量顺序问题，以及 δ_{CP} 的测量等。

江门中微子实验主要目的是对于反应堆中微子的振荡实验来测量质量顺序，但是其设计也允许对于其他中微子来源的观察。本研究的主要目的是对于江门中微子实验对于大气中微子测量可能达到的敏感度以及 JUNO 实验上其他可能进行的物理研究进行讨论。

本文从第 2 章讨论大气中微子与中微子振荡以及中微子振荡中质量顺序的作用，由于大气中微子振荡的特性，想要测量通过观察大气中微子测量质量顺序就要保证准确的测量中微子的能量以及来向。在第 3 章将讨论江门中微子实验的概况以及在其上的大气中微子事例的观察，并考虑到江门中微子探测器的设计，出于能量以及来向的测量要求给出对于事例的筛选条件。在第 4 章将讨论中微子与液体闪烁体中原子反应的末态，这些末态粒子的能量沉积行为将在第 5

中讨论，在这两部分会给出能量响应的特性以及角度测量的难点，并将会估计第3章给出的筛选条件的效率。沉积能谱还原中微子的能谱的方法是第6章将要讨论的 Unfolding 过程。大气中微子中微子对于质量顺序的敏感度的拟合见第7章。另外以及由于江门中微子实验具有足够大的质量、于是在 2.4 节还会额外讨论江门中微子实验对于超对称模型预言的质子衰变的检验能力。

第2章 质量顺序与中微子振荡与大气中微子

质量顺序问题想要回答的就是三种中微子质量 m_1, m_2 以及 m_3 之间的大小关系。对于质量顺序问题有两种可能的解答：

- 正常顺序 (Normal Hierarchy, NH): $m_1 < m_2 < m_3$, 也即 $\Delta m_{32}^2 > 0$
- 反常顺序 (Inverted Hierarchy, IH): $m_3 < m_1 < m_2$, 也即 $\Delta m_{32}^2 < 0$

其中 $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ 。之所以采用这种形式是因为中微子振荡计算中这种形式更为常见。质量顺序是当前中微子振荡的为解决问题之一。解决质量顺序问题，一方面是中微子的 δ_{CP} 测量的前提条件，另一方面也对于众多中微子 global fit 分析而言极为重要。以及对于中微子的马约拉纳性质的探索也有重要的指导意义 (Bilenky et al., 2005)。

对于质量顺序的测量，考虑的就是不同的质量顺序的假设对于中微子振荡的影响，最终通过实验与理论预言进行对比。

2.1 中微子振荡的理论推导

中微子传播的薛定谔方程在质量本征态下可以写作（注意所有计算都使用单位制 $\hbar = c = 1$ ）

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \hat{H} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

其中 \hat{H} 是传播的哈密顿算子，它由动能部分与相互作用部分组成。同时考虑到中微子的混合 (1.3)

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

这样就可以给出在味道本征态下的传播方程

$$-i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \mathbf{U} \hat{H} \mathbf{U}^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

由于在哈密顿量上面加上单位矩阵不会影响振荡的结果，于是考虑 $p \gg m_{1,2,3}$ 的极限，于是对于真空中的传播哈密顿量：

$$\begin{aligned} H_{ii} - H_{jj} &= \sqrt{p^2 + m_i^2} - \sqrt{p^2 + m_j^2} \\ &\approx \left(p + \frac{m_i^2}{2p} \right) - \left(p + \frac{m_j^2}{2p} \right) \\ &= \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$H_0 = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 & & \\ & m_2^2 & \\ & & m_3^2 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

对于中微子振荡问题，可以理解为一个中微子态 $|\nu(t)\rangle$ 随着时间的演化。并且再基于中微子运动的极端相对论性给出 $t = L$ ，也即假设行进速度为光速。于是可以将(2.3)求解

$$\begin{aligned} |\nu(t)\rangle &= |\nu(L)\rangle = \exp(-iL\mathbf{U}H_0\mathbf{U}^\dagger) |\nu(0)\rangle \\ &= \mathbf{U} \exp(-iLH_0) \mathbf{U}^\dagger |\nu(0)\rangle \end{aligned} \quad (2.6)$$

中微子振荡概率就可以表示为 $P(\nu_x) = |\langle \nu_x | \nu(t) \rangle|^2$ 。对于中微子初态为 ν_α 末态为 ν_β 计算给出：

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i<j}^3 \operatorname{Re} \left(V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^* \right) \sin^2 \frac{\Delta m_{ji}^2 L}{4E} \\ &\quad + 8\mathcal{J} \sum_\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \sin \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \sin \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \sin \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \end{aligned} \quad (2.7)$$

其中 $\mathcal{J} = \sin \theta_{12} \cos \theta_{12} \sin \theta_{23} \cos \theta_{23} \sin \theta_{13} \cos^2 \theta_{13} \sin \delta_{CP}$ ，描述中微子与反中微子之间的不对称性。对于 $\delta_{CP} = 0, \frac{\pi}{2}$ ，中微子 CP 破缺为零，反之如果 $\delta_{CP} = \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{2}$ 中微子 CP 破缺最大化。这给出两方面的结论，一方面是对于真空中中微子存活概率的测量不能给出 δ_{CP} 的信息，以及如果 $\sin \theta_{13} = 0$ ， δ_{CP} 也将不再能被测量。

将它退化到存活概率 $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ 的情形，给出

$$\begin{aligned} P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) &= 1 - 4 |V_{\mu 1}|^2 |V_{\mu 2}|^2 \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \\ &\quad - 4 |V_{\mu 1}|^2 |V_{\mu 3}|^2 \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \\ &\quad - 4 |V_{\mu 2}|^2 |V_{\mu 3}|^2 \sin^2 \frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E} \end{aligned} \quad (2.8)$$

由于， $|\Delta m_{21}^2| \ll |\Delta m_{32}^2| \approx |\Delta m_{13}^2|$ ，并且 $\left| \frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{32}^2} \right| \approx 30 \gg 1$ 。于是 (2.8) 中的 $\sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}$ 会远小于其他两个振荡项，中微子振荡在大气中微子的能量范围以及基线长度情形下接近于两味振荡。

如图 2.1，可以看到，在中微子在真空中传播过程中振荡更加接近于 ν_μ 以及 ν_τ 之间的两味振荡，在下一节增加了物质之后振荡更明显的偏离了两味振荡。这样的偏移对于中微子质量顺序的测定很有意义。

但是直接根据真空中中微子的消失概率测定中微子的质量顺序是一件困难的事情，这是因为中微子的质量顺序在 (2.7) 中体现仅以对于 Δm_{13}^2 的影响的高阶效应存在。对于大气中微子测量，往往需要引入物质效应。

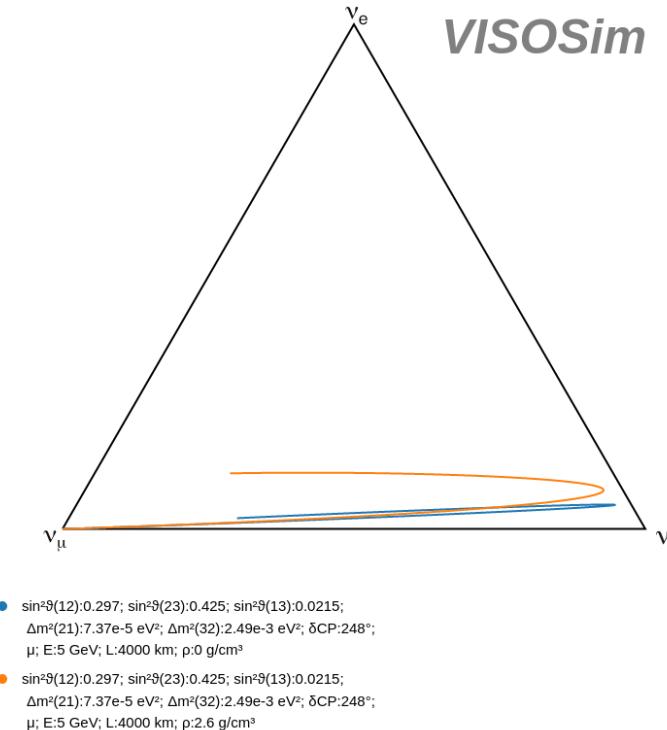


图 2.1 物质效应对大气中微子振荡的影响，中微子初态为 ν_μ 初态能量为 5 GeV，基线长度为 4000 km，蓝色曲线是在真空中的振荡，橙色曲线是在密度 2.6 g/cm^3 （地球平均质量）的物质中振荡。此处曲线坐标解释为三种中微子的比例的齐次坐标，计算使用了 [Lu et al. \(2019a\)](#)

Figure 2.1 Mikheyev–Smirnov–Wolfenstein effect on atmospheric neutrino oscillation, the initial state of the neutrino is ν_μ , passing through a baseline of 4000 km. The blue curve represents propagating in vacuum, and orange curve represents propagating in a mass whose density is 2.6 g/cm^3 , a.k.a. the average density of earth. The coordinates should be interrupted as homogeneous coordinates for neutrino flavors measured. This figure is drawn using tools by [Lu et al. \(2019a\)](#), MSW effect enhances the oscillation to ν_e

2.2 中微子振荡的物质效应

然后考虑相互作用，中微子与物质的相互作用可以被分为带电流以及中性流的散射。带电流只对应于电子性中微子与电子的带电流散射、中性流来自于任意味道中微子于电子、质子或者是中子的中性流散射。不考虑高阶效应的情况下，可以认为中性流对于哈密顿量的贡献于中微子的种类无关。它们可以从哈密顿量中忽略。因此，在考虑物质作用的情况下：(Smirnov, 2019)

$$H_m = \mathbf{U} H_0 \mathbf{U}^\dagger + \begin{pmatrix} V_{CC} & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

其中， $V_{CC} = +\sqrt{2}G_F N_e$ 描述了电子性及反电子性中微子参与的相互作用的强度，并且对于反电子性中微子对应矩阵元应该取负。 N_e 对应于物质中电子的浓度。

物质效应能够显著的放大大气中微子振荡在正常质量顺序下 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 的概率。

从图 2.2 可以看出，对于正常质量顺序而言，中微子振荡在这个平面是逆时针的螺旋，对于反常质量顺序而言，则变化为顺时针的曲线。将中微子换成反中微子，将也对应于曲线顺时针和逆时针的互换，这是因为允许中微子振荡偏向 ν_e 味的 V_{CC} 项被换号。这一组效应是带有 MSW 作用的大气中微子振荡的领头阶效应。

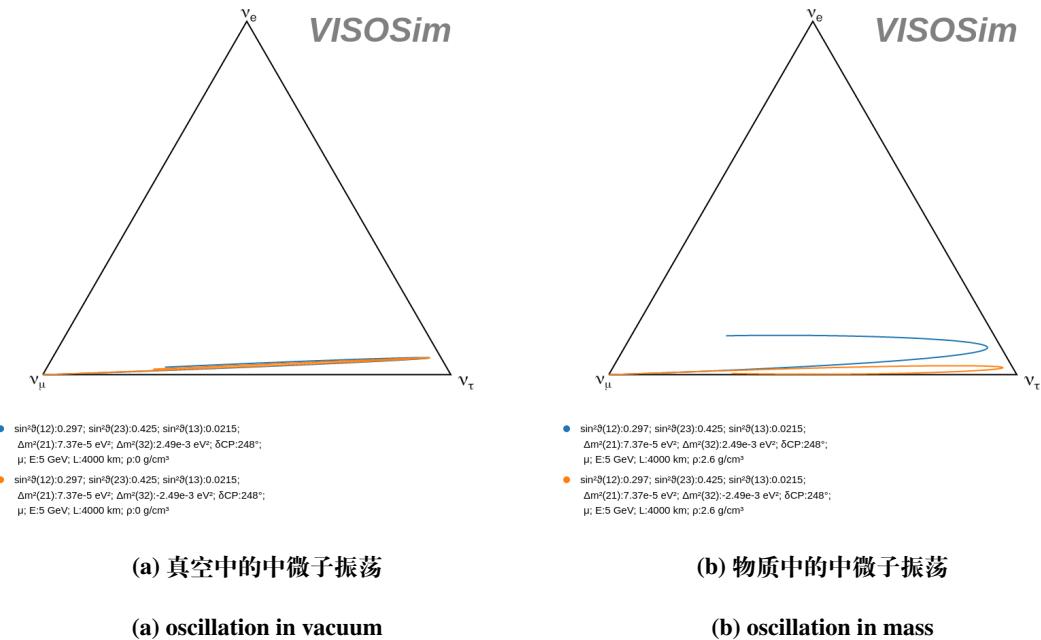


图 2.2 物质效应对中微子振荡的影响，其中蓝色曲线对应于正常质量顺序，橙色曲线对应于反常质量顺序，计算使用了 [Lu et al. \(2019a\)](#)

Figure 2.2 MSW effect on neutrino oscillation, blue curve represents normal mass hierarchy, orange curve represents inverted mass hierarchy. This figure is drawn using tools by [Lu et al. \(2019a\)](#). Oscillation can enhance or suppress oscillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$

2.3 大气中微子

大气中微子来自于原初宇宙线在大气中产生的带电 π^\pm 以及 K^\pm 的衰变。原初宇宙线的来源具有相当程度上的各项同性，并在相当广的能量范围内具有分布。对于大气中微子产生的模拟往往也对于原初宇宙线产生的次级粒子在大气中穿行进行模拟 (Barr et al., 2004)。大气中微子的流强关于能量的关系可以写作幂律 $dN/dE \propto E^{-\gamma}$ ，其中 $\gamma \approx 2.7$ 。中微子流强的味道比例 $\frac{(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)}{(\nu_e + \bar{\nu}_e)}$ 在 $E \approx 1 \text{ GeV}$ 时接近于 2，这个比例会随着能量上升而上升。大气中微子能量分布范围较广。从 100 GeV 附近到 PeV 附近均有分布。

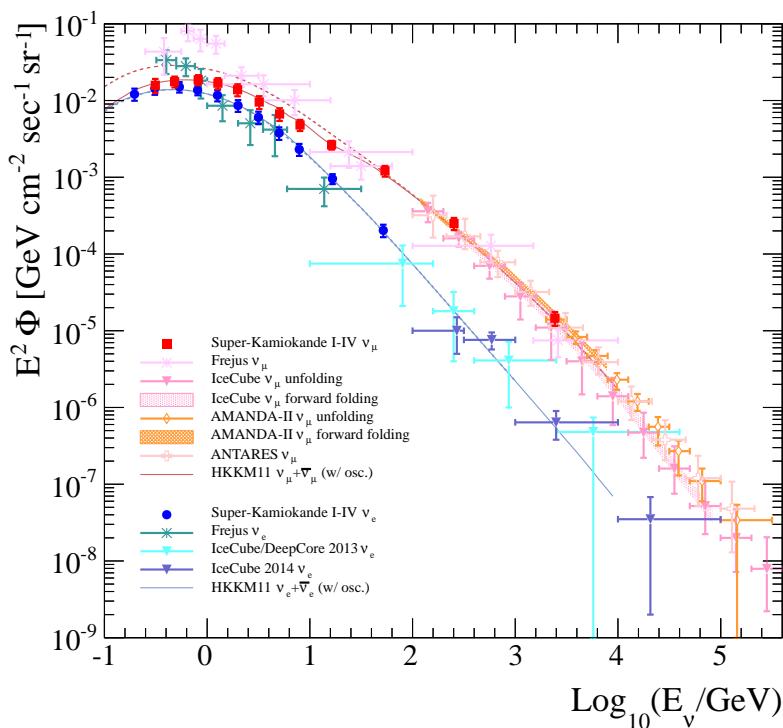


图 2.3 已有的对于大气中微子能谱的测量与模拟，图来自于 Richard et al. (2016)

Figure 2.3 Present measurement and simulation of atmospheric neutrino flux, credits to Richard et al. (2016)

但是实际上更加精细的流强会受到各地不同的地磁场强度的影响 (Honda et al., 2007; Gaisser et al., 2002)。这也就决定了作为更高精度的模拟，需要使用对于江门中微子实验站点位置的中微子流强的模拟。Honda et al. (2015) 给出了基于大气中带电粒子在地磁场影响下的运动以及衰变的模拟的大气中微子流强信息。具体而言形式是对于江门中微子实验站点位置按照高度角以及方位角分布不同的 ν_e 、 $\bar{\nu}_e$ 、 ν_μ 、 $\bar{\nu}_\mu$ 的未考虑中微子振荡的流强数据。该中微子流强将被作为接下

来的所有模拟中流强信息的来源。

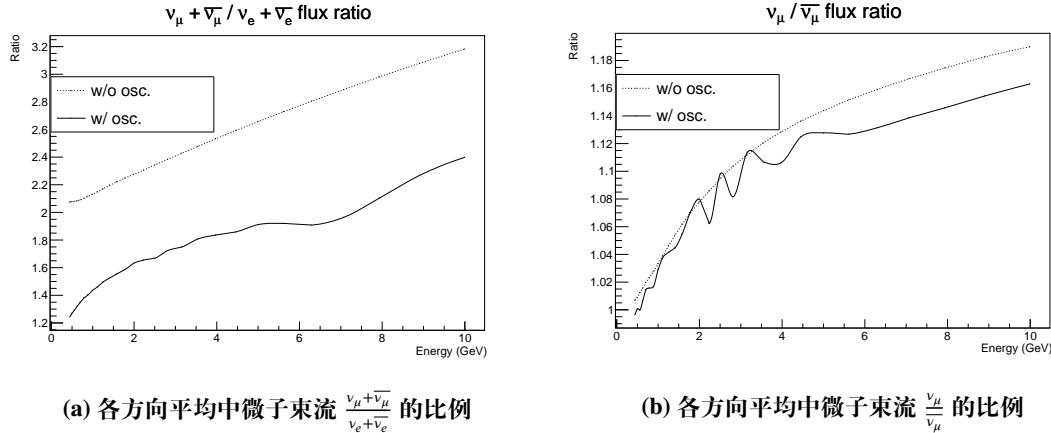


图 2.4 预期在江门中微子实验站点位置的中微子流强成分，含有 ν_μ 以及 ν_e 味道比以及 ν_μ 中微子的正反比，振荡计算采用 PDG ([Zyla et al., 2020](#)) 在正常质量顺序下的中心值，原始流强来自 [Honda et al. \(2015\)](#)

Figure 2.4 Components ratios for neutrino flux at JUNO site, including flavor ratio between ν_μ and ν_e , along with ratio for anti-neutrino v. neutrino, oscillation calculation is based on center values published in PDG ([Zyla et al., 2020](#)) at normal mass hierarchy, original neutrino flux is from [Honda et al. \(2015\)](#)

地球对于大气中微子而言基本可以认为是透明的，于是中微子探测器可以收到来自于各个方向的中微子来源。中微子的来向通过高度角以及方位角描述，影响中微子振荡的主要是中微子来源的高度角，因为高度角决定中微子穿越的地球长度。大气中微子穿越地球的路径长度可以是在 $\mathcal{O}(10 \text{ km})$ ，对应于 $\cos Z \approx 0$ 的情形；以及接近地球直径 $2 \times 6000 \text{ km}$ ，对应于 $\cos Z \approx -1$ 。这覆盖了很长的基本范围，对于不同的中微子来向的流强测量也就给出了来自于不同基线长度的能谱信息。

2.3.1 大气中微子的振荡

大气中微子具有较高的能量，振荡基线也可以很长。在本节一开始的计算中可以给出大气中微子振荡是 ν_μ 以及 μ_τ 之间振荡主导的过程。

由于地球的物质分布并非均匀，实际上中微子在穿越地球的过程中的振荡行为难以被解析计算。计算大气中微子穿越地球的行为往往通过数值求解微分方程来完成。其中，我们假设的地球质量如图 2.5。这个地球模型对应于一个简

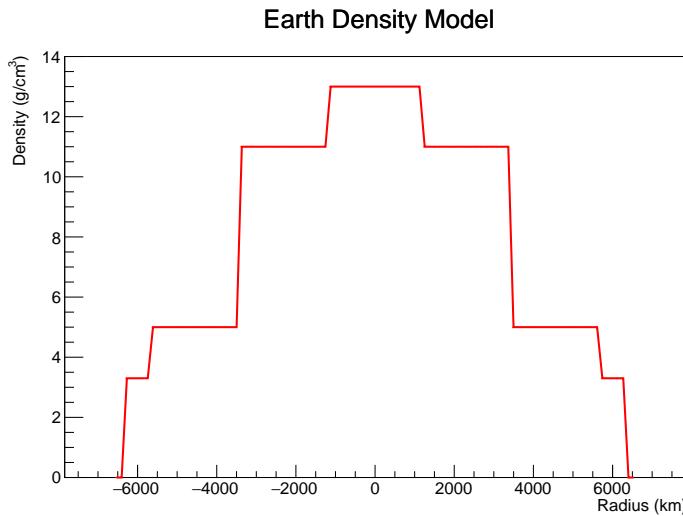


图 2.5 中微子振荡计算使用的地球密度模型，数据来自于 Wendell et al. (2021)

Figure 2.5 Earth Model used during oscillation calculation, data from Wendell et al. (2021)

单的分层的地球，它的解析形式可以写作 (Wendell et al., 2021)

$$\rho = \begin{cases} 13.0 \text{ g/cm}^3 & 0 \text{ km} \leq r < 1220 \text{ km} \\ 11.0 \text{ g/cm}^3 & 1220 \text{ km} \leq r < 3480 \text{ km} \\ 5.0 \text{ g/cm}^3 & 3480 \text{ km} \leq r < 5701 \text{ km} \\ 3.3 \text{ g/cm}^3 & 5701 \text{ km} \leq r < 6371 \text{ km} \\ 0 \text{ g/cm}^3 & r \geq 6371 \text{ km} \end{cases} \quad (2.10)$$

并且其中电子数密度 N_e 等于质子数密度 N_p 也等于中子数密度 N_n 。这个假设是因为地球是电中性的，并且对于多数核子而言，中子数与质子数相当。

于是在味道本征态下模拟不同的高度角以及能量下中微子振荡的三昧中微子振荡可以被计算模拟出，在以下计算中，我假设了两种质量顺序并对于 ν_x 以及 $\bar{\nu}_x$ 分别进行了计算，使用的地球模型如(2.10)所展示。

从图 2.6 中展示的存活概率可以看出，在 $\cos Z \approx -0.8$ 附近图形形状均有一个明显的畸变，这是因为在这个角度中微子会穿过致密的地核。但是可以看到图2.6a与2.6d之间以及2.6c与2.6b之间相比较为类似，这是符合前面对于带有物质作用的大气中微子振荡的领头阶效应的描述。并且在正质量顺序区域倾向于较小的 ν_μ 消失概率的能量点会有更大的在反质量顺序下 $\bar{\nu}_\mu$ 的消失概率，反之亦然。通过考察 ν_μ 中微子的正反比 $\frac{\nu_\mu}{\bar{\nu}_\mu}$ 如图 2.7，可以直观的看到这样的区别。

可以从 2.7 看到，对于正常质量顺序而言，振荡更加倾向于减小 ν_μ 的比例，

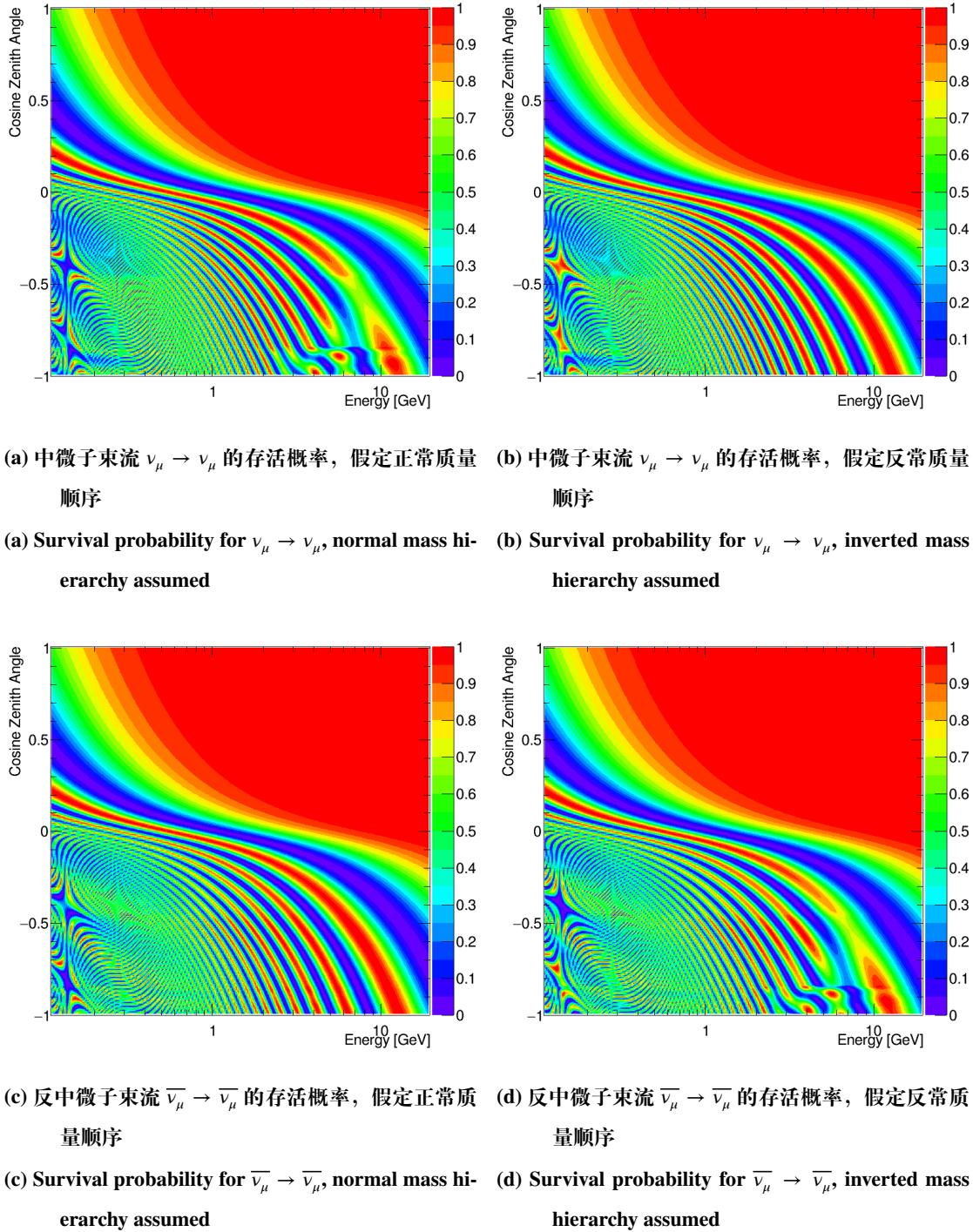


图 2.6 ν_μ 以及 $\bar{\nu}_\mu$ 的存活概率关于能量以及高度角的关系, 振荡计算通过 Wendell et al. (2021) 开发的 Prob3 工具以及 Zyla et al. (2020) 中的振荡参数完成

Figure 2.6 Relationship of survival probability for ν_μ and $\bar{\nu}_\mu$, calculation is done through Prob3 developed by Wendell et al. (2021), using oscillation parameters from Zyla et al. (2020)

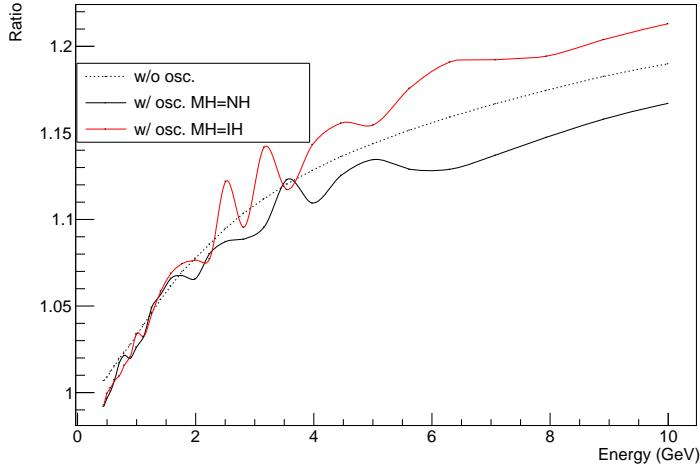


图 2.7 来自各个方向平均的 ν_μ 中微子的正反比 $\frac{\nu_\mu}{\bar{\nu}_\mu}$, 黑色虚线对应未振荡的情形作为参考, 黑色实线对应于反常质量顺序, 以及红色实线对应于正常质量顺序。原始流强来自于 Honda et al. (2015), 振荡计算通过 Wendell et al. (2021)

Figure 2.7 Ratios for neutrino ν_μ v. anti-neutrino $\bar{\nu}_\mu$, black dotted line represents for flux without oscillation, as a reference; black and red line represent normal hierarchy and inverted hierarchy respectively, un-oscillated flux is from Honda et al. (2015), calculation is done with toolkit by Wendell et al. (2021)

以及对于反常质量顺序而言, 振荡更加倾向于增加 ν_μ 的比例, 这一结论也可以通过振荡计算得出: 如果考慮到 $|m_1^2 - m_2^2| \ll |m_{1,2}^2 - m_3^2|$, 可以引入 one mass scale dominant 近似, 并定义质量差 $\Delta m^2 = m_3^2 - m_{1,2}^2$ 。在此近似下, 物质效应等可以通过有效振荡参数引入 (Hosaka et al., 2006):

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13}^M \sin^2 \left(\frac{\Delta m_M^2 L}{4E} \right) \quad (2.11)$$

其中

$$\sin^2 2\theta_{13}^M = \frac{\sin^2 2\theta_{13}}{\left(\cos 2\theta_{13} \mp \frac{2\sqrt{2}G_F N_e E}{\Delta m^2} \right)^2 + \sin^2 2\theta_{13}}, \quad (2.12)$$

$$\frac{\Delta m_M^2}{\Delta m^2} = \sqrt{\left(1 \mp \frac{2\sqrt{2}G_F N_e E}{\Delta m^2 \cos 2\theta_{13}} \right)^2 \cos^2 2\theta_{13} + \sin^2 2\theta_{13}} \quad (2.13)$$

为有效振荡参数, 对于正或反中微子分别取上或下的符号。 $\mp \frac{2\sqrt{2}G_F N_e E}{\Delta m^2} > 0$ 对应于增大 θ_{13}^M , 从而增强 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振荡, 反之则是减小 θ_{13}^M 从而减弱 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振荡。并且考慮来自不同基线长度的平均效应, 在领头阶可以忽略 Δm_M^2 的不同, 于是

对于正常质量顺序，物质效应加强 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ ，减弱 $\overline{\nu}_\mu \rightarrow \overline{\nu}_e$ ；以及对于反常质量顺序，物质效应减弱 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ ，增强 $\overline{\nu}_\mu \rightarrow \overline{\nu}_e$ 。这也可以通过查看附录 A 中 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 的 $E > 1 \text{ GeV}$ 部分得到验证。

然而对于电荷不敏感的探测器而言，是不能直接从中微子事例末态中重建中微子究竟是 ν_x 还是 $\overline{\nu}_x$ 的。于是在江门中微子实验或者超级神冈中微子探测器之上，看到的中微子流强往往被表达为 $\nu_\mu + \overline{\nu}_\mu$ 。这就可能造成部分振荡测量的敏感度来源在于电荷不敏感而被抵消。

结合图 2.4b 给出的 ν_μ 与 $\overline{\nu}_\mu$ 的流强比较接近这一事实，在振荡测量中质量顺序的影响会因为正反中微子对于质量顺序的首阶效应的不同，如图 2.7，两种质量顺序的区别会部分抵消。但是实际上振荡还有效应并未被完全抵消，见图 2.8，以及由于正反中微子的反应截面存在差异，而允许通过电荷不敏感的探测器测量中微子振荡的质量顺序。

更加精细的 $\nu_\mu \rightarrow \nu_x, x = e, \tau$ 的图像见附录部分。可以看到 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 的出现概率对于质量顺序以及中微子反中微子的不同有明显的区别，这就是来自于物质作用的影响。并且就算考虑到物质作用的影响， $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 的概率也远小于 $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ 。它们的比较可见附录 A。

2.3.2 自下而上的中微子流强

因为物质作用能增加质量顺序在大气中微子振荡之后带来的束流强度差异，另外 GeV 能量段中微子需要穿过和地球半径相当的距离才会有足够强的振荡，于是对于大气中微子的振荡观测往往集中在自下而上的中微子。例如 Super-Kamiokande Collaboration et al. (1998) 最初发现大气中微子的 $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ 振荡的实验就是基于对于自下而上的中微子束流强度的显著减小而定义。

由于不同基线的振荡行为在计算过程中被平均，于是两种质量顺序的曲线在做图中表现相近。但是如果考虑更进一步的与角度有关的分布，这些差异能更明显的体现出来。例如对比图 2.8 以及图 2.9。

在没有对于来向进行平均的前提下，我们可以得到更加明显的中微子质量顺序对于预期流强的影响的区别。这也就对应于测量质量顺序的要求，一方面，我们希望探测器能测量中微子的来向，另一方面，探测器要能测量中微子的能量。这就需要把目光转向探测器的设计。

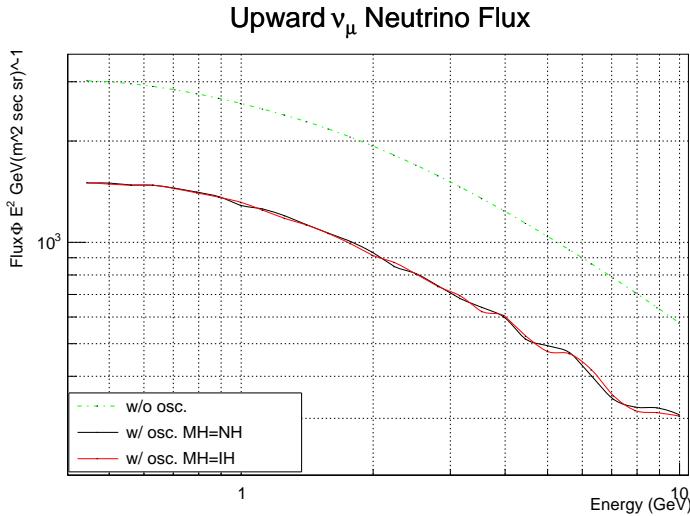


图 2.8 来自下方的 ν_μ 流强，保留了未考虑振荡的流强作为对比，纵轴被乘以 E^2 保证曲线容易观察。原始流强来自于 Honda et al. (2015)，振荡计算通过 Wendell et al. (2021)，图中最上方青色虚线对应于未振荡的情形

Figure 2.8 ν_μ flux with upwards direction, with un-oscillated flux as comparison, flux is multiplied with E^2 to ensure the difference can be seen, un-oscillated flux is from Honda et al. (2015), calculation is done with toolkit by Wendell et al. (2021)

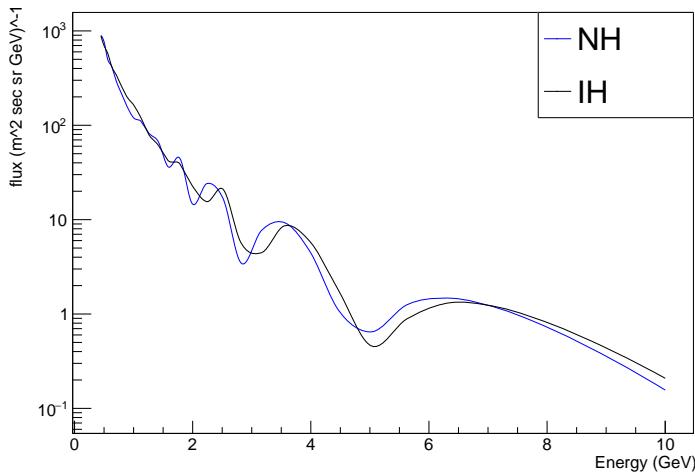


图 2.9 $-0.6 < \cos Z < -0.5$ 范围的 ν_μ 流强，计算是考虑对于电荷不敏感的探测器行为，计算过程中原始流强来自于 Honda et al. (2015)，振荡计算通过 Wendell et al. (2021)

Figure 2.9 flux in the direction of $-0.6 < \cos Z < -0.5$, calculation is based on a detector that is unsensitive to lepton charge, during calculation un-oscillated flux is from Honda et al. (2015), calculation is done with toolkit by Wendell et al. (2021), the difference between two mass hierarchies is more significant than that in 2.8

2.4 大气中微子与质子衰变的搜寻

在超出标准模型的理论中,有一类理论被称为 GUT 理论。它们试图统一标准模型中三种分立并规范耦合的群(或者说相互作用): $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$,在更高的能标 Λ_{GUT} 下为一种新的统一的规范对称性。GUT 理论允许重子数破坏,于是可以解决宇宙的重子数不守恒的问题。但是相应的,由于质子不是最轻的粒子,在失去重子数守恒的保护之后,GUT 理论会允许质子向更轻的粒子衰变。在众多的 GUT 模型及其扩展中,超对称模型(Supersymmetric, SUSY)预言了一种质子衰变的模式

$$p \rightarrow K^+ + \bar{\nu}, \quad \tau \approx 10^{35} \text{ years}$$

有待实验的检验。虽然预言的平均寿命 10^{35} years 远大于整个宇宙的年龄。但是如果我们将有足够的质子作为观察对象,那么在相对可以接受的时间内可以判断上述衰变过程是否存在。(Klinger et al., 2015)

在江门中微子探测器上对于 K^+ 的搜寻将在 5.3 进行阐述,但是对于 K^+ 的鉴别姑且不论。实际上, K^+ 的来源并非只有质子衰变——中微子反应末态的 K^+ 就是一个典型的来源(Cheng et al., 2020b,a)。在 4.5 介绍了中微子产生 K^+ 的情况。于是在江门中微子实验中的大气中微子产生的 K^+ 会成为对于质子衰变反应 $p \rightarrow K^+ + \bar{\nu}$ 的观察的重要本底。

结合 4.5 的内容可以预见,大气中微子产生的 K^+ 将会成为重要的本底。如果不对于大气中微子本底进行排除的话,大气中微子在 10 年内带来的 K^+ 事例数通过计算给出的见表 2.1 第一行。

这就需要采取途径排除中微子事例带来的 K^+ ,考虑到

1. 可见能量比例、探测器能量重建存在涨落
2. C 原子核内的质子的费米运动
3. C 原子核中质子衰变之后的末态相互作用

于是使用 $0.2 \text{ GeV} < E_{vis} < 0.4 \text{ GeV}$ (Alt, 2019) 的能量沉积作为筛选条件,这个具体的数值仅仅是用作估计,实际选择需要结合核物理模型计算。并为了拒绝带电流事例,将会排除产生的 μ 行进深度大于 1 m 的那些事例。

在此基础上预期观测到的事例数小于 0.23,同时,可以计算出闪烁体中约有 6.74×10^{33} 个质子。就对应于 10 年内期望约 0.67 个 $p \rightarrow K^+ + \bar{\nu}$ 事例。

表 2.1 100 年内江门中微子探测器上的大气中微子造成的 K^+ 事例数，计算采用的截面以及事例生成来自于 Andreopoulos et al. (2010, 2015)，粒子能量沉积等行为模拟来自于 Agostinelli et al. (2003); Allison et al. (2006); Allison et al. (2016) 开发的 Geant 4

Table 2.1 Expected K^+ event rate induced by atmospheric neutrinos by 10 years of observation, the cross-selection and event generation is from Andreopoulos et al. (2010, 2015), particle propagating is simulated using Geant4 developed by Agostinelli et al. (2003); Allison et al. (2006); Allison et al. (2016)

来源	ν_e	$\overline{\nu}_e$	ν_μ	$\overline{\nu}_\mu$
10 年事例数预期	61.1	8.90	111.33	20.5
10 年事例数预期, 带筛选条件	0.101	0.004	0.055	0.061

因此，江门中微子实验中，对于质子衰变的观察，大气中微子的本底是可以被有效的排除的。江门中微子实验在长时间运行中有检验超对称模型的能力。

第3章 江门中微子实验

3.1 背景

中微子振荡实验有很多可以选择的中微子来源，包括

- 反应堆中微子实验：代表是大亚湾中微子实验 (An et al., 2012)、中微子振荡反应堆试验 (RENO Collaboration et al., 2012) 以及超短基线中微子振荡实验 (Apollonio et al., 2003);
- 加速器中微子实验：T2K(Abe et al., 2011)、NOvA(Nova Collaboration et al., 2016) 以及深层地下中微子实验 (Deep Underground Neutrino Experiment, DUNE) (DUNE Collaboration et al., 2020) 等；
- 大气中微子实验：Super-K (Walter, 2008) 以及其继任者 Hyper-K (Hyper-Kamiokande Proto-Collaboration et al., 2018) 等；
- 太阳中微子实验：Borexino 实验 (The BOREXINO Collaboration et al., 2020) 以及 Super-K、Hyper-K 实验。

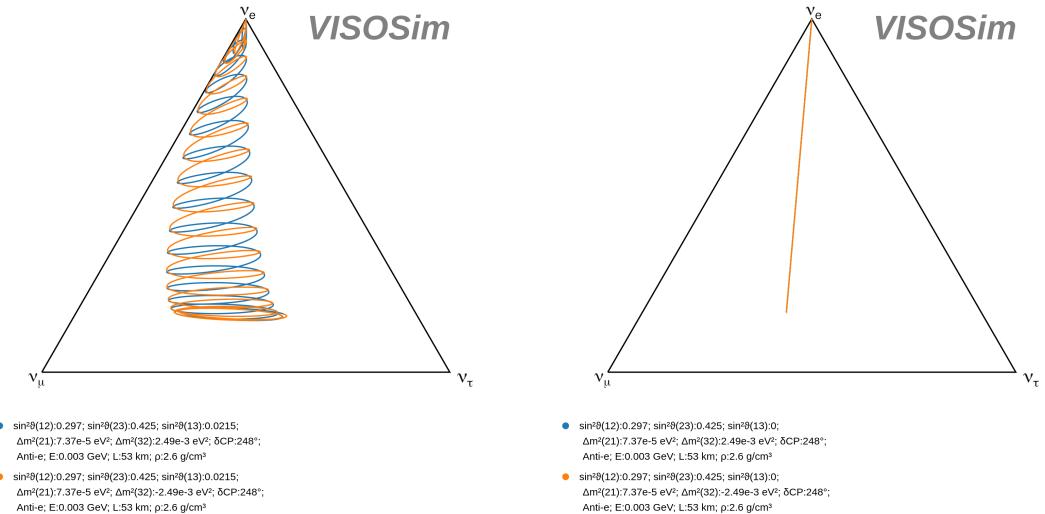
但是中微子实验的中微子来源不是唯一的，一个中微子实验往往可以观察到不同能量区间不同的种类的中微子。这些不同来源的中微子数据可能互相之间成为本底，但是也可能允许中微子实验发挥更多的作用。

在 2012 年，大亚湾中微子实验国际合作组宣布发现 $\sin^2(\theta_{13}) = 0.092 \pm 0.017$ (An et al., 2012)。这也意味着现有振荡测量的方法在提高精度之后测量中微子质量顺序¹ 以及 CP 破坏变得可能。多个合作组提出数个中微子振荡实验，跟进研究质量顺序以及 CP 破坏问题。其中包括中国的 JUNO 实验。

¹大亚湾中微子实验以及江门中微子实验对于反应堆中微子的测量是基于 $\bar{\nu}_e$ 的存活概率，通过对于式2.7进行整理可以得到

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &= 1 - \sin^2 2\theta_{12} \cos^4 \theta_{13} \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{13} \left[\sin^2 \frac{\Delta m_{13}^2 L}{4E} + \sin^2 \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{13} \cos 2\theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \sin \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} + \frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) \end{aligned}$$

只有最后一项对于 Δm_{32}^2 的符号敏感，并有一个系数 $\sin^2 2\theta_{13}$ 。不等于 0 的 θ_{13} 因此允许在江门中微子实验上通过 $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$ 对质量顺序的测量。在振荡意义上 θ_{13} 不等于零也将 $\bar{\nu}_e$ 的振荡从两味振荡变为了三味振荡。



- (a) 取 θ_{13} 为 PDG 中心值 (Zyla et al., 2020), 其中蓝色与橙色分别对应于正反质量顺序
- (a) Use PDG's center value as θ_{13} (Zyla et al., 2020), blue and green represents for normal hierarchy and inverted hierarchy respectively, a significant difference between the two can be seen
- (b) 取 θ_{13} 为 0, 其中蓝色与橙色分别对应于正反质量顺序, 两根直线在图中几乎重叠, 差异仅有微小的相位差别
- (b) Use $\theta_{13} = 0$, blue and green represents for normal hierarchy and inverted hierarchy respectively, the two lines overlapped, with only slight phase difference

图 3.1 反电子中微子在江门中微子实验的典型能量 3 MeV 以及基线长度 53 km 下振荡行为的计算, 使用了 VISOSim 工具 (Lu et al., 2019a), 可以发现对于 $\theta_{13} = 0$, $\bar{\nu}_e$ 的振荡变为二味振荡, 对于不等于 0 的 θ_{13} , $\bar{\nu}_e$ 的振荡成为三味振荡, 多出来的一个振荡自由度允许更加容易的测量质量顺序的区别

Figure 3.1 Calculation of electron anti-neutrino's oscillation under typical energy 3 MeV and baseline length 53 km, $\theta_{13} \neq 0$ allows the ν_μ oscillation becomes 3 flavor oscillation, which gives a more significant difference in different mass hierarchy assumption

江门中微子实验主要选择反应堆中微子作为中微子的来源，但是其大质量的闪烁体探测器设计允许江门中微子实验在各类中微子来源的基础上获得前所未有的能量测量精度。

3.2 江门中微子实验设计

江门中微子实验选址于广东省江门市下属的开平县级市。选址毗邻阳江核电站和台山核电站，距离两座核电站均为 53 km 选择距离附近的核电站具有相同距离也是为了避免不同距离核电站来源的中微子振荡效应发生抵消，并且 53 km 这个具体的距离选择也是为了在反应堆中微子实验中优化对于反应堆中微子的质量顺序的敏感性。[\(An et al., 2016\)](#)

江门中微子实验是一个液体闪烁体实验，液体闪烁体被广泛运用在各个实验、包括 KamLAND 实验 [\(Eguchi et al., 2003\)](#)、Borexino 实验 [\(Bellini et al., 2014\)](#)、RENO 实验 [\(Ahn et al., 2012\)](#) 以及大亚湾实验 [\(An et al., 2012\)](#) 等。闪烁体探测器的原理是将沉积的能量转化为闪烁光，对于闪烁光的测量能用于重建一个事件中沉积的能量。这些闪烁体也同时作为与中微子发生反应的物质，于是更大的闪烁体质量对应于更多的中微子事例，也对应于次级粒子束不容易飞出闪烁体容积。江门中微子实验是目前为止闪烁体质量最大的闪烁体实验，这也允许江门实验相较于其他实验有明显的竞争力。

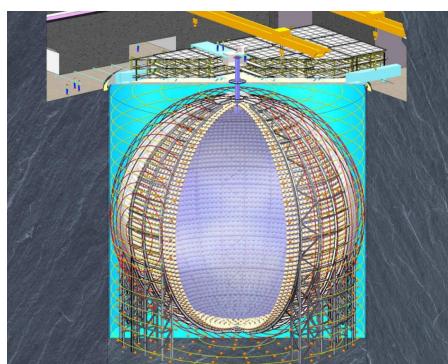


图 3.2 江门中微子实验探测器设计，图片引用自江门中微子实验合作组网页 ([The JUNO collaboration, 2019](#))

Figure 3.2 Layout of the JUNO detector, taken from website of JUNO collaboration ([The JUNO collaboration, 2019](#))

江门中微子实验的设计如图 3.2，其中心是一个被称为中心探测器 (Central Detector, CD) 的一个闪烁体探测器，内含 20 kt 的有机液体闪烁体。中心探测器

的直径是 35.4 m。中微子产生的次级粒子的能量沉积在这里被转化为闪烁光。这些闪烁光会在闪烁体内部经过各种光学过程并被球面外的光电倍增管收集并转化为电信号进行读出。

这些光电倍增管组成为

- 17162 个 20" 光电倍增管
 - 约 12600 个微通道板光电倍增管, 由 JUNO 合作组设计, 北方夜视制造;
 - 约 5000 个 R12860 打拿级光电倍增管, 由日本滨松制造。
- 25600 个 3" 光电倍增管。

它们一共对于中心探测器的有效覆盖面积超过 75% ([An et al., 2016](#))

对于 20" 光电倍增管的传播时间展宽 (Transit Time Spread, TTS) 以及暗噪声率有不同的测量数据 ([Qian et al., 2021](#); [Li et al., 2021](#)), 这个传播时间的展宽可以看作是 PMT 固有的时间重建的不确定性。这是来自于光电子在光电倍增管中传播路径的随机性带来的涨落。光电倍增管的另一个重要的参数是它的暗噪声率, 这是光电倍增管本身的干扰信号来源。

表 3.1 江门中微子实验 20" 光电倍增管性能

Table 3.1 Measured Performance for 20" PMT on JUNO experiment

制造商	TTS (Qian et al., 2021)	TTS(Li et al., 2021)	DN (Li et al., 2021)
滨松	2.6 ns	1.15 ns	15 kHz
北方夜视	19 ns	7.65 ns	32 kHz

3" 光电倍增管因为覆盖面积贡献很小: 约贡献 3%, 于是收集的信号对于能量重建贡献不大, 但是这些光电倍增管具有更好的时间分辨率, 于是可以在高能量事例中提供较好的时间信号输出, 并可能用于粒子鉴别、顶点重建等用途。尤其是考虑到大气中微子过程中产生的光子数较大, 可以在 3" 的光电倍增管上面造成足够的信号用于时间特征的提取。

在中心探测器外围绕着直径约为 43 m 的圆柱形容器, 内含约为 30 kton 的超纯水, 外部的水池一方面可以用作外来的 μ^\pm 或者其他放射性物质衰变次级粒子的切伦可夫光探测器, 避免外来粒子的直接干扰, 另一方面可以作为内部探测器出现的带电粒子泄漏的探测。

由于江门中微子实验的探测器的属于闪烁体探测器实验，相对于时间投影室探测器 (Baller et al., 2014) 而言它不会有很强的识别径迹的能力。另外相对于切伦可夫探测器 (Hyper-Kamiokande Collaboration et al., 2011)，闪烁体实验的角度分辨也较弱。但是闪烁体探测器的优点在于良好的能量重建精度 (Loo, 2016)，根据 An et al. (2016) 的模拟，在反应堆中微子能区，能量重建精度能达到 $3\%/\sqrt{E/\text{MeV}}$ ，当然反应堆中微子能区的反应仅限于反 β 衰变 (Inverse Beta Decay, IBD)。当然由于大气中微子带来的反应本身更加复杂的，对于大气中微子的能量重建精度本身就会受到由于对于相互作用认识不确定性的限制 (Mosel et al., 2014)，这些限制将在接下来中微子与物质的相互作用一章讨论。

3.3 Fully-Contained 与 Partially-Contained

对于中微子能谱测量而言，筛选所有能量沉积均在探测器体积内部沉积的事例十分重要——这是因为如果存在末态粒子能量沉积泄漏，泄漏部分和会变得难以估计、重建，从而极大的损失精度 (Friedland et al., 2019)。于是，对于江门中微子实验探测器上的事例都会被分成两类

- Fully-Contained, FC 事例，所有末态粒子均在探测器内部停止或者是衰变，这种情况下沉积能量能被很好的收集；
- Partially-Contained, PC 事例，存在末态粒子飞出有机液体闪烁体部分，这种情况下泄漏部分能量难以估计。

对于大气中微子能谱重建部分，对于事例的分析仅限于 Fully-Contained 事例。基于此要求，江门中微子实验对于大气中微子的有效包含的能量范围大约在 $E < 10 \text{ GeV}$ 的区间 (An et al., 2016; JUNO Collaboration et al., 2021)。再此之外的能量范围的中微子事件通过带电流产生的 μ 往往倾向于逃逸，能量重建有效性会大幅度下降。

常用的 (JUNO Collaboration et al., 2021) 对于 Fully-Contained 事例的筛选条件为

- 要求中微子与物质发生相互作用的顶点满足其在探测器内半径 $R < 16 \text{ m}$ ，因为过于靠近探测器边界的事例更倾向于存在次级粒子逃逸；
- 要求在一个 200 ns 的时间窗口内，外侧水池中收集到的光电倍增管击中数小于 50 个。

后者还能进一步的对于外来带电粒子事例进行排除，因为外面的水池对于不管来源是内部的 μ 泄漏或者是外源的宇宙线 μ 而言都是一个切伦可夫探测器。[JUNO Collaboration et al. \(2021\)](#) 对于这个筛选条件给出的模拟结果是：筛选后事例 97% 都是 Fully-Contained 事例，并且这个筛选条件的效率是 63%。同时这个筛选拒绝宇宙线 μ 的效率能达到 $1 - 2.3 \times 10^{-5}$ 。

3.4 中微子味道鉴别

在 JUNO 探测器上，中微子会通过相互作用产生次级的带电粒子，具体产生次级带电粒子的行为将会在第5章讨论。但是中微子在 JUNO 上产生的物理过程可以分为两类，一方面是带电流过程 (Charge Current, CC) 另一种是中性流过程 (Neutral Current, NC)，他们的最大区别是带电流过程会产生与中微子味道对应的轻子；但是中性流过程中微子只是传递能量给核子，与其味道无关。另一方面，想要测量 ν_μ 中微子的能谱，就需要鉴别并筛选出 ν_e 事例。这就对于事例分析做出要求

- 筛选出中微子事例中的带电流事例，因为中性流事例的末态粒子不会体现中微子的味道信息；
- 从带电流事例中筛选出 ν_μ 事例。

对于带电流以及中性流的区分，一般而言在能量足够高的时候它们就会自然的存在统计意义上的差距。从图 3.3 可以看见对于中性流的事例数，在 $E \approx 400 \text{ MeV}$ 附近存在一个明显的下降，这是因为随着能量的升高，中性流反应的截面会迅速的下降。对于中微子事例重建能量做同样的要求可以有效的减小中性流事例。

另一方面是对于中微子事例的味道鉴别，对于带电流事例，生成的 μ 或者 e 轻子在闪烁体中能量沉积的速度差别很大：电子往往倾向于更快的通过轫致辐射以及电离而停止，就算是 GeV 能标的电子也倾向于穿透深度小于 2 m，而 μ 有显著更长的穿透深度并且末态衰变产生的 e 会很有效的作为鉴别的依据。

μ 更长的穿透深度成为它能被鉴别的一个重要依据，([Settanta et al., 2019; JUNO Collaboration et al., 2021](#)) 通过定义额外的鉴别变量：

$$t_{res}^i = t_{hit}^i - \left(\frac{n \cdot R_V^i}{c} \right) \quad (3.1)$$

其中上标 i 、 t_{hit} 、 R_V 分别对应于每个 3" 光电倍增管，其上的首次击中时间以及

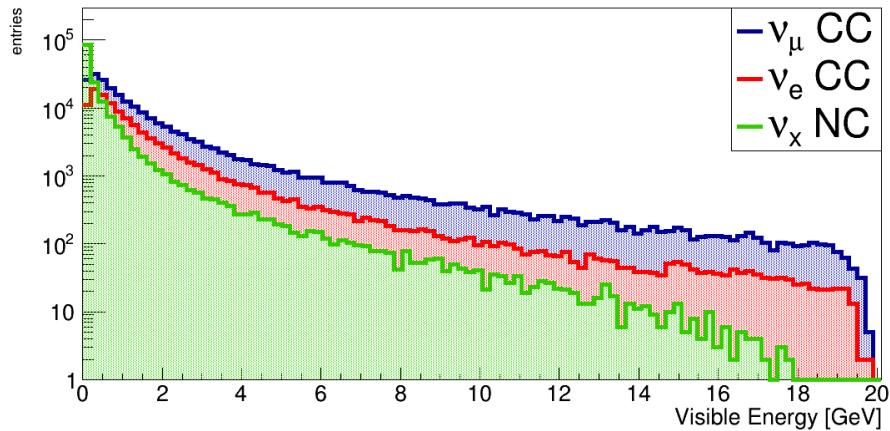


图 3.3 中性流于带电流的事例数对比，图片引自 [Settanta et al. \(2019\)](#)

Figure 3.3 Event rate comparison between NC events and CC events, credits to Settanta et al. (2019), event rate for NC events drop significantly at $E > 400 \text{ MeV}$, this is due to difference in cross selection. And this suggest that by selecting events with $E > 400 \text{ MeV}$, it can suppress NC events

该光电倍增管到重建顶点的距离。由于 μ 倾向于有更长的传播距离，光子产生的位置会对于相互作用顶点而言有明显的偏移。这就使得 t_{res}^i 的分布展宽更加明显。于是在所有 3" 光电倍增管上 t_{res}^i 的标准差 $\sigma(t_{res}^i)$ 被作为鉴别两种中微子味道的变量。[JUNO Collaboration et al. \(2021\)](#) 中通过 $\sigma(t_{res}^i) > 95 \text{ ns}$ 作为鉴别条件。

鉴别的一个难点是 [JUNO Collaboration et al. \(2021\)](#) 指出的，由于中性流过程或者 ν_e 产生的 π 等衰变产生的 μ 而将其误鉴别为 ν_μ 的带电流事例。但是在后文中可以看到，为了保证角度重建的精度需要保证 μ 有足够的穿行深度，由于这些粒子衰变产生的末态的 μ 能量相对更小，而压低误鉴别率。

第4章 中微子与核作用的末态粒子

对于能量达到 100 MeV 附近甚至更高的中微子而言，中微子与电子的相互作用变得近乎可以忽略，往往假设中微子仅仅于核子发生相互作用。(Settanta et al., 2020) 于是大气中微子反应的末态往往伴随着强子的产生。对于大气中微子的观测与重建就通过对于末态产生的粒子完成。

对于中微子与核子的反应，基于它们反应的能动量传递以及反应末态的细节，可以将反应能量在 20 GeV 以下的中微子事件的带电流反应进行分类

- 准弹性过程 (Quasi-Elastic, QE)，这个过程的能动量传递较、反应末态拓扑 (指末态粒子种类以及数目) 简单，只包含反冲核子、对应味道的轻子；
- 深度非弹性过程 (Deep Inelastic, DIS)，深度非弹性散射描述的过程能量传递较大，往往能撕碎末态核子产生多种强子；
- 共振态形成 (Resonance, RES)，意味着中间能量传递过程产生了共振态中间粒子，特征为传递四动量的不变质量接近对应的共振态的不变质量；
- 双粒子双空穴形成 (2 particle 2 hole)，特征是从参加反应的原子核中剥离两个核子，有时候也被叫做介子交换流 (Meson Exchange Current) 过程 (Lu et al., 2019b)

虽然基于理论或者模拟可以很好的分类中微子的反应，但是在探测器上观察到的效应由于：

- 探测器不能观察到所有末态粒子；
- 反应产生的末态粒子可能在原子核内部与其他核子进一步发生反应，使得反应类型难以辨认，

等原因，在探测器层面中微子事例的重建并不能精确到上面的反应类型。

因此，对于中微子探测器的认识应该从中微子与核子反应的末态入手。对于中微子反应的末态的认识就涉及到中微子产生子的概念。中微子产生子是通过已有的对于各类反应在各个能量点下的各类反应截面大小对于中微子事例进行采样。并输出中微子反应末态的粒子的种类以及粒子的能量动量信息。

中微子产生子有很多可供选择的选项，这里选用 GiBUU 2021 (Lalakulich et al., 2011; Buss et al., 2012) 以及 GENIE 3.0 (Andreopoulos et al., 2010, 2015)。由于

中微子与核子的相互作用的认识目前还不够充分，

- 实验测量的各反应截面存在不确定性
- 末态粒子与原子核内剩余核子之间相互作用的模型有不确定性

这也就导致了不同的中微子事例发生器的行为并非完全一致，并且 GENIE 在此基础上还提供额外的多组 Tune。每组 Tune 都是通过实验或者是理论给出的中微子的不同的反应的截面，由于方法等的不同会带来数值上的差别。不同中微子发生器的行为差别可以用来估计这些模型带来的预言的偏差。

在中微子与核子反应过程中，能量守恒可以表示为

$$E_\nu = \Delta E_{bind} + E_{kin} + \Delta m \quad (4.1)$$

其中 E_ν 是待重建的中微子的能量， E_{bind} 是核子前后的结合能差异， E_{kin} 是末态粒子的动能求和， m 是末态产生的新粒子的质量贡献。新粒子的额外质量部分比如 π 或者 K 等介子的质量部分会通过衰变到更轻的粒子的形式释放为动能。因此，考虑轻子以及介子等数量不守恒的粒子时，它带走的能量定义为它的动能加上质量、对于出现的重子总能量定义为它的动能。

这样的定义的能量对应于理想情况下粒子可能沉积的能量¹。它们也是可以被重建的部分，难以被完全重建的部分能量主要集中于结合能部分。另外，由于不同末态粒子的可观测能量占总能量会发生变化，并考虑到江门中微子探测器并无严格区分径迹的能力，于是在重建过程中由于不能充分认识到末态粒子的组成以及其带走的能量大小比例，会带来另一方面的重建不确定性。

通过对于中微子事例的模拟可以帮助认识末态粒子的种类以及结合能的贡献，对于不同粒子的可观测能量比例问题就需要第5章通过对于探测器的模拟认识。另一方面，中微子的来向并不能直接被测量，而是需要间接通过产生粒子的方向进行重建，之前讨论过 μ 能在探测器中留下较长的轨迹。因此，对于末态 μ 与初态的 ν_μ 之间的夹角信息也是对于探测器的角度分辨能力上限的一个预言。

4.1 $\pi^{\pm,0}$ 计数

大气中微子反应可能产生多个 $\pi^{\pm,0}$ 介子，这是因为 π 质量很轻。并且 π^+ 衰变产物可能包含中微子，它们的能量不能在探测器中沉积。以及 π^0 的常见衰变

¹忽略介子衰变链末的电子的静质量以及一些不稳定重子的过剩能量，一方面是因为电子质量很小可以忽略，另一方面是因为不稳定重子产生概率很小，他们对于实验的影响在能量重建的层面上可以忽略

产物是两个光子，会带来极好的转换效率。以及 π^- 在探测器中往往倾向于被原子核俘获，产生末态核子。它们的末态行为差别很大，因此考虑 $\pi^{\pm,0}$ 在末态中的计数对于认识反应的性质具有意义。

使用不同的中微子产生子以及对于 GENIE 考虑不同而 Tune 的影响，并对于不同能量的中微子分别考虑它们在 C 或者 H 上的末态的 $\pi^{\pm,0}$ 组成。在每个能量点上， π 的个数存在一个分布，计算这个分布的平均值以及 10%, 90%, 95% 的概率积分位置，表示按事例的 π^0 计数的中心值和展宽情况

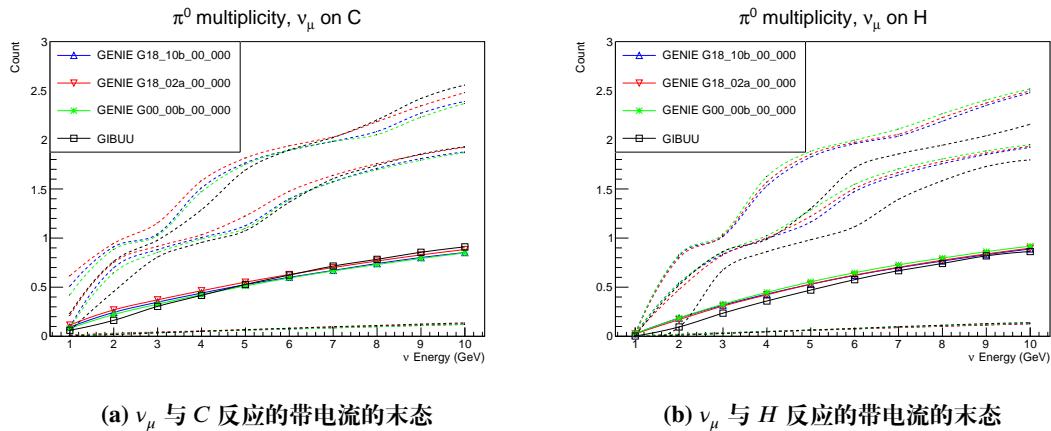


图 4.1 按事例的 π^0 计数，中间实线是平均值，对应颜色虚线从下到上分别是 10%, 90%, 95% 的积分位置

Figure 4.1 By-event π^0 multiplicity, dotted lines from upwards to downwards are integration position for 10%, 90%, 95% of CDF. A long tail distribution of π^0 can be seen from those dotted lines.

可以看出，在四种模型下， π 介子的产生概率严格随着中微子能量的升高而升高。另外在所有情况中，低能量的 H 上产生的 π^+ 个数在能量很低的时候依然大于 1。这是因为需要保证产生 μ^- 的电荷平衡，并且没有别的带电强子能在较低的能量下取代 π^+ 。

以及从 90% 以及 95% 的 CDF 对应 π 计数看，可以看出中微子反应生成的 π 个数具有长尾。另外从 π 的产生数目也可以看出模型之间的区别，从不同的 π 种类看，模型对于各种反应的平均值除了产生 π^+ 的情况之外相差不大。以及从靶原子对比看，可以看出模型之间区别对于 H 而言更大，这是因为对于氢而言末态相互作用²不存在。GENIE 以及 GiBUU 使用了相似的末态相互作用模型，导致中微子反应模型的不同被抹去。

²也就是末态产生的粒子在原子核内部与其他核子反应

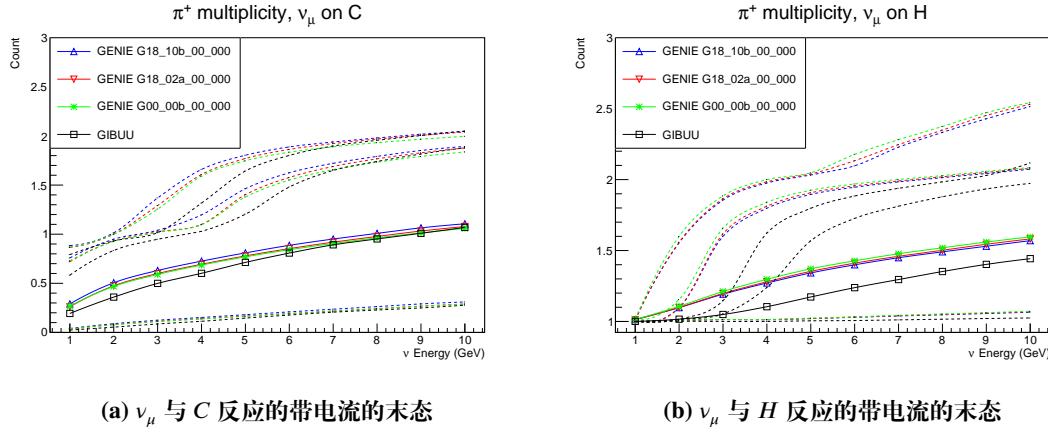


图 4.2 按事例的 π^+ 计数, 中间实线是平均值, 对应颜色虚线从下到上分别是 10%, 90%, 95% 的积分位置

Figure 4.2 By-event π^+ multiplicity, dotted lines from upwards to downwards are integration position for 10%, 90%, 95% of CDF, alongside with the long tail seen in 4.1, we can see a difference between GENIE and GiBUU models, those difference can make up the systematic error when estimating reaction matrixes

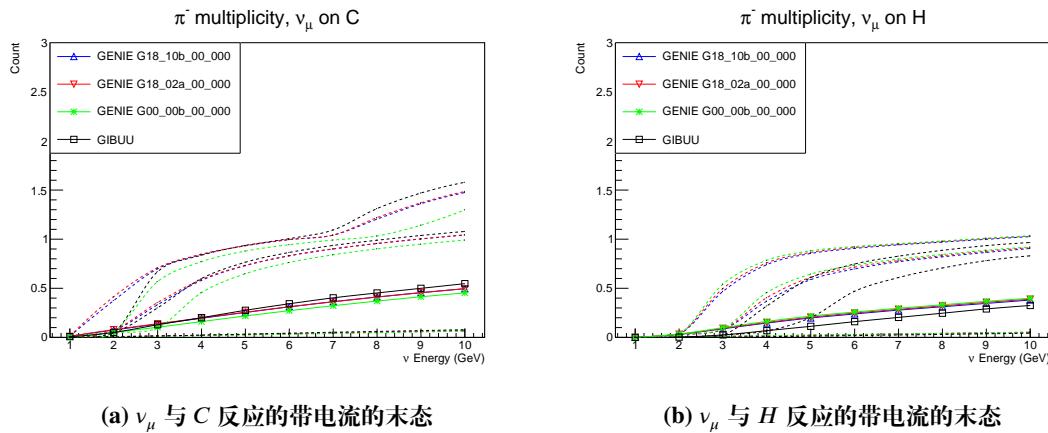


图 4.3 按事例的 π^- 计数, 中间实线是平均值, 对应颜色虚线从下到上分别是 10%, 90%, 95% 的积分位置

Figure 4.3 By-event π^- multiplicity, dotted lines from upwards to downwards are integration position for 10%, 90%, 95% of CDF

另外, ν_μ 参加的反应产生 π^+ 相比于产生 π^- 的概率要大, 这是来自于 ν_μ 带电流产生的 μ 的末态的影响。可以预言如果将 ν_μ 换成 $\bar{\nu}_\mu$, 则反应的对于 π^+ 相比于产生 π^- 的倾向性会倒转。

4.2 粒子带走的能量占 E_ν 比例

在中微子反应中, 中微子带给体系的能量会被反应末态的粒子带走。而末态粒子是否存在以及其带走的能量比例的分布并非是确定的。

对于 ν_μ 的带电流事例, 其末态会产生 μ^- 是确定的, 其产生的 μ^- 占中微子能量比例按照(4.1)定义为 $\alpha = \frac{E_{kin} + m_{\nu_\mu}}{E_\nu}$

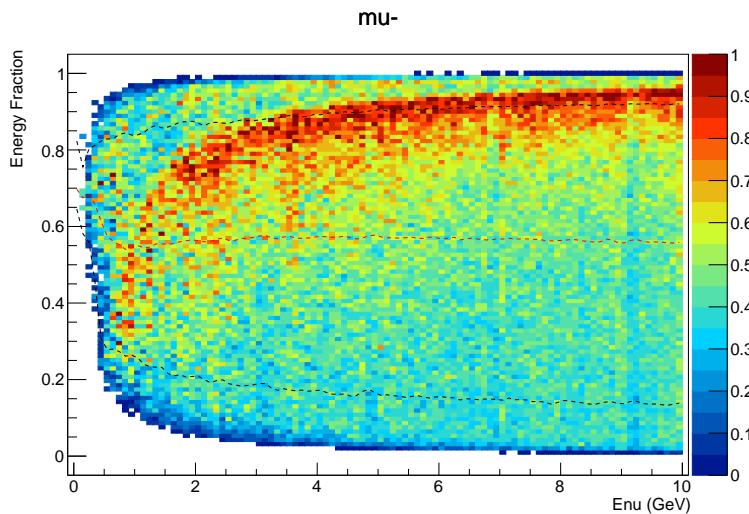


图 4.4 对于 ν_μ 的带电流事例末态 μ^- 带走能量的分布, 计算采用的事例生成来自 Andreopoulos et al. (2010, 2015) 开发的 GENIE 以及其中的 G18_10b_00_000 模型

Figure 4.4 The distribution of energy taken by final state μ^- during a ν_μ charge current event, event generation is from GENIE developed by Andreopoulos et al. (2010, 2015) and G18_10b_00_000 model with it

图 4.4 的每个能量分 bin 的切片的纵轴分布的最大值被归一到了 1, 并且图中的红色虚线对应于平均值、从下到上两条黑色虚线分别表示带走能量占比在 10% 以及 90% 的积分位置。可以看出, 中微子反应的末态的 μ 带走的能量占比的分布也是一个长尾分布, 在绝大多数能量点, 最概然值都大于平均值。其中的最概然值组成的 band 存在明显的展宽, 是因为在 C 上反应的复杂的末态, 带来明显的展宽。可以通过对比图 4.5 中的两种靶核子情形, 可以看到 C 作为靶核子的情况下反应的末态 μ 子能量占比分布更加分散, 对于 H 的情况下更加集中,

这里的展宽可能来自于 C 原子中核子的费米运动。

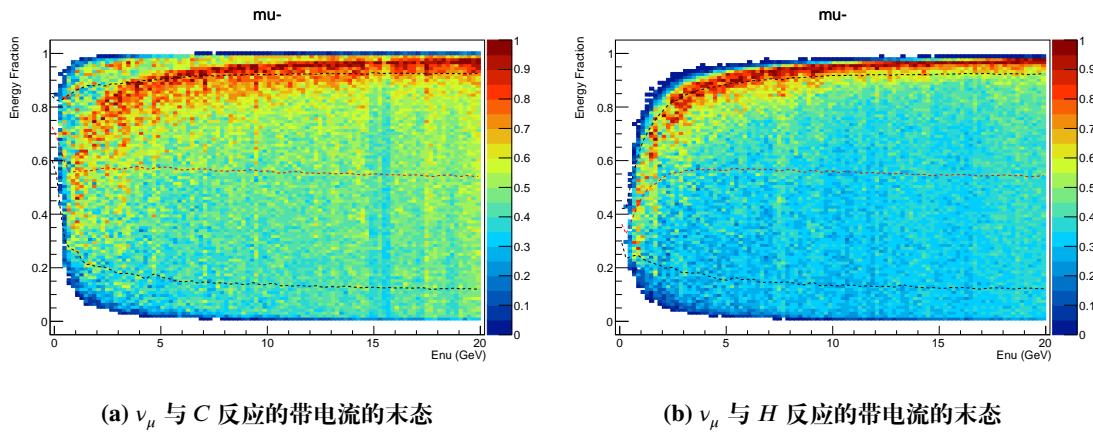


图 4.5 按事例的 μ^- 计数, 中间实线是平均值, 对应颜色虚线从下到上分别是 10%, 90%, 95% 的积分位置, 本图区分了两种靶核子, 计算采用的事例生成来自于 Andreopoulos et al. (2010, 2015) 开发的 GENIE 以及其中的 G18_10b_00_000 模型。左图与 4.4 类似, 说明 μ 能量分布更加由 C 原子反应主导

Figure 4.5 By-event μ^- multiplicity, dotted lines from upwards to downwards are integration position for 10%, 90%, 95% of CDF, two kinds of target nuclei is separated, event generation is from GENIE developed by Andreopoulos et al. (2010, 2015) and G18_10b_00_000 model with it. The left one is similar to fig. 4.4, which means the distribution of μ energy fraction is dominated more by reaction on C atoms

由于上述长尾分布, 末态 μ 带走的能量分布的平均值与最概然值差别很大——这一效应可能导致对于中微子事例末态进行分析的过程中可能引入较大的能量误差。这个误差是来自于带走的能量占比较大 (平均在 50% 以上) 的 μ 带走的能量分布的模型没有较好的认识。

虽然 μ 倾向于带走末态的大部分能量, 但是从平均上看, 它们带走的能量占比也就一半左右, 还有很多能量其他粒子带出体系, 比较典型的例子如 4.6 给出的质子末态占比情况以及 4.7 的 π^+ 末态占比情况。

值得注意的是图4.6中定义的能量仅包含质子的动能, 这是因为质子是重子, 它的质量部分来自于原子核。可以看到质子在低能量下带走能量比例较大, 然后这一比例随着能量的升高而减小。³。

对于 π 而言也类似, 他们仅仅在部分反应过程出现, 并带走能量。但是具体

³但是这并非意味着绝对数值的减小, 因为中微子能量更大, 到了 10 GeV 的中微子能量的情况下质子平均能带走末态接近 1 GeV 的能量

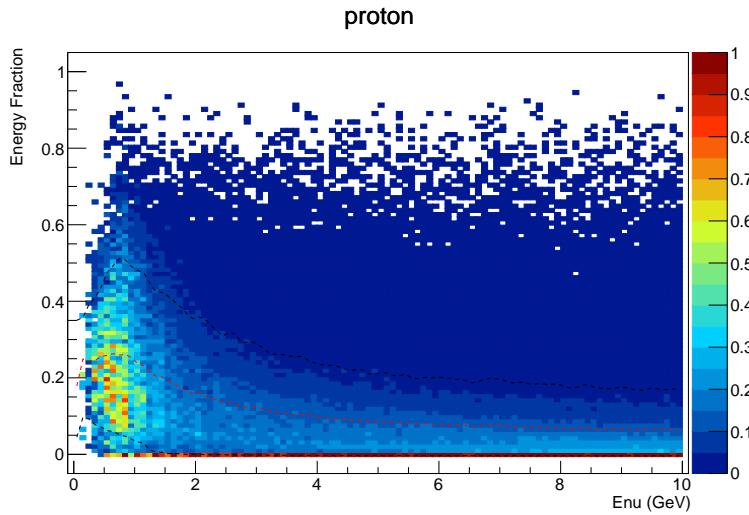


图 4.6 对于 ν_μ 的带电流事例末态质子带走能量的分布，计算采用的事例生成来自
于 Andreopoulos et al. (2010, 2015) 开发的 GENIE 以及其中的 G18_10b_00_000 模型

Figure 4.6 The distribution of energy taken by final state protons during a ν_μ charge current event, event generation is from GENIE developed by Andreopoulos et al. (2010, 2015) and G18_10b_00_000 model with it, proton can take a large fraction at lower energy and decrease at higher energy

到三种 π 的行为又会不太一致：

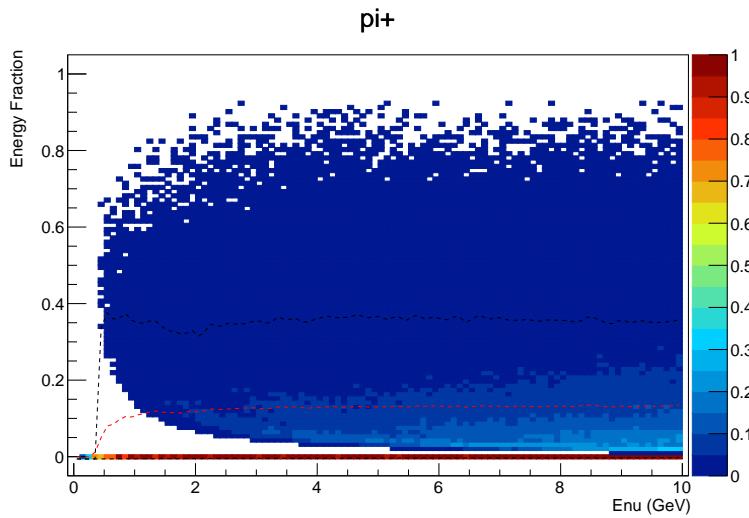


图 4.7 对于 ν_μ 的带电流事例末态 π^+ 带走能量的分布，计算采用的事例生成来自
于 Andreopoulos et al. (2010, 2015) 开发的 GENIE 以及其中的 G18_10b_00_000 模型

Figure 4.7 The distribution of energy taken by final state π^+ during a ν_μ charge current event, event generation is from GENIE developed by Andreopoulos et al. (2010, 2015) and G18_10b_00_000 model with it

对于 π^+ , 见图4.7, 带走能量的平均值在达到 π^+ 的产生阈之后不再发生明显变化, 并且 CDF 的 10% 与 90% 对应位置也不发生明显变化。这说明 π^+ 占末态粒子能量比比较稳定, 并且有相当大的比例, 约为 10%

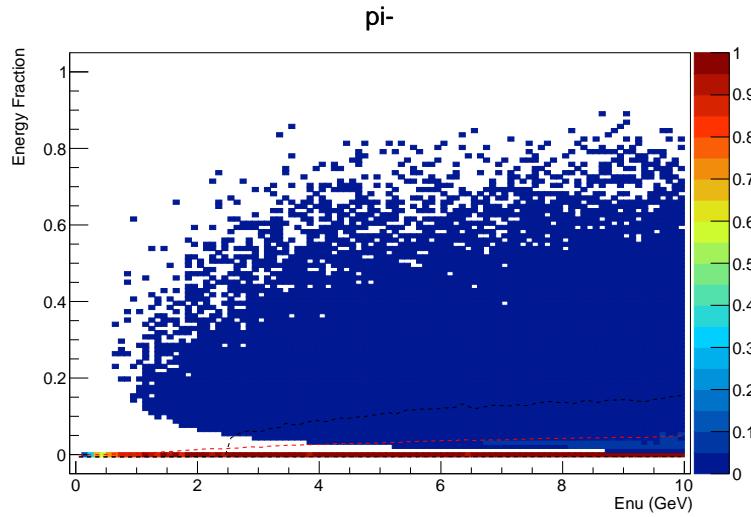


图 4.8 对于 ν_μ 的带电流事例末态 π^- 带走能量的分布, 计算采用的事例生成来自于 [Andreopoulos et al. \(2010, 2015\)](#) 开发的 GENIE 以及其中的 G18_10b_00_000 模型, 值得注意的是没有 π^- 对应于能量占比为 0 的区域

Figure 4.8 The distribution of energy taken by final state π^- during a ν_μ charge current event, event generation is from GENIE developed by [Andreopoulos et al. \(2010, 2015\)](#) and G18_10b_00_000 model with it, events without π^- falls in to the bin which fraction = 0, compared to 4.9, there is more energy taken by π^+ , this agrees to the result of events count

对于 π^0 以及 π^- 而言, 其带走的能量占比较小, 这和它们的产生的数目较小相吻合。

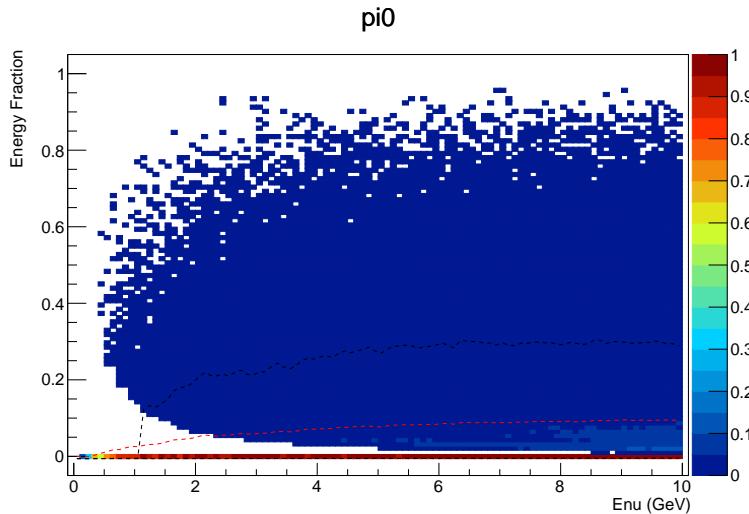


图 4.9 对于 ν_μ 的带电流事例末态 π^0 带走能量的分布，计算采用的事例生成来自于 Andreopoulos et al. (2010, 2015) 开发的 GENIE 以及其中的 G18_10b_00_000 模型

Figure 4.9 The distribution of energy taken by final state π^0 during a ν_μ charge current event, event generation is from GENIE developed by Andreopoulos et al. (2010, 2015) and G18_10b_00_000 model with it

4.3 中子的能量分布

由于中子不带电，于是沉积能量的模式相比于带电粒子会有较大的差别，高能量的中子沉积能量的速度比较慢，寿命也较长，倾向于飞出探测器，对于中子携带的能量可能难以被观察到。按照之前的定义，对于中子携带的能量应该只计算其动能部分。

对于中子的运动模拟给出 100 MeV 的中子就能达到数米的行进深度。并考虑到在中微子末态下中子的能量以及产生情况：

可以看见中子携带的能量在 C 上有明显的贡献，其中平均每个事例有约一个中子末态，并平均带走数百 MeV 的能量。

从 4.12 可以看出，中子在液体闪烁体中的穿透深度并非类似于带电粒子的穿透深度模式。而是由核反应主导的停止过程。对于带电粒子而言，其沿途通过电离等过程损失能量，并产生光子。而对于中子，能量的沉积主要通过与物质的原子核发生反应一次性完成⁴。并由于中子有相当的概率有较大的穿深，可能最终的核反应会在液闪之外完成，于是中子能量可能有相当一部分无法被有效的观察到。

⁴实际上沿途也存在强相互作用的弹性散射，但是这一部分贡献很小

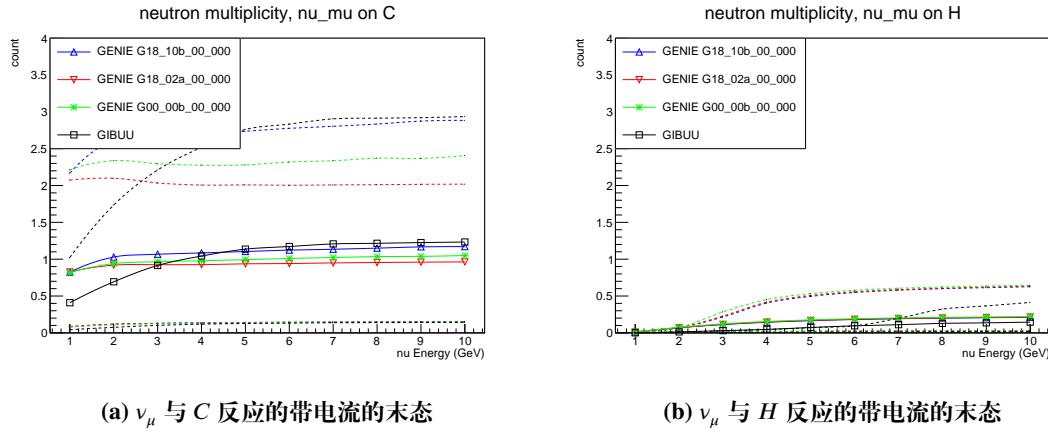


图 4.10 按事例的中子计数, 中间实线是平均值, 对应颜色虚线从下到上分别是 10%, 90% 的积分位置, 本图区分了两种靶核子

Figure 4.10 By-event π^- multiplicity, dotted lines from upwards to downwards are integration position for 10%, 90% of CDF, two kinds of target nuclei is seperated

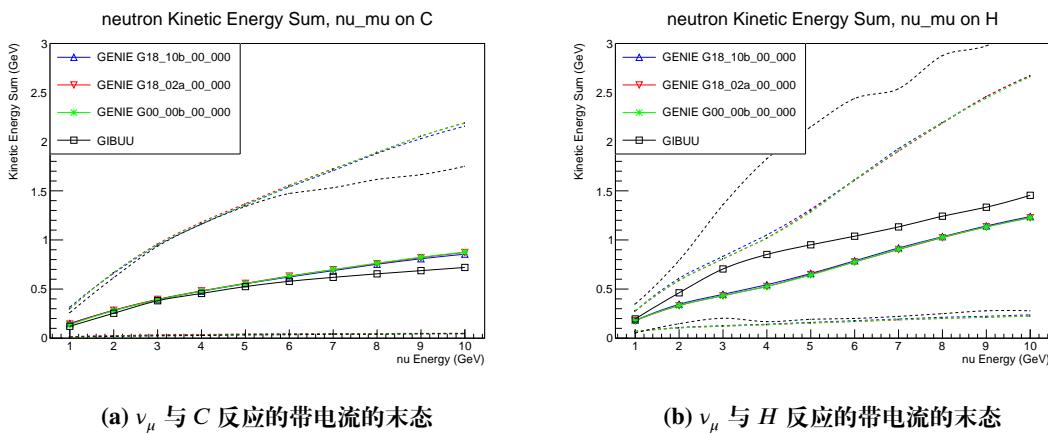


图 4.11 按事例的中子能量分布, 只有实际产生中子的事例才被考虑, 中间实线是平均值, 对应颜色虚线从下到上分别是 10%, 90% 的积分位置, 本图区分了两种靶核子

Figure 4.11 By-event π^- multiplicity, dotted lines from upwards to downwards are integration position for 10%, 90% of CDF, two kinds of target nuclei is seperated, only those events that produces neutrons are included

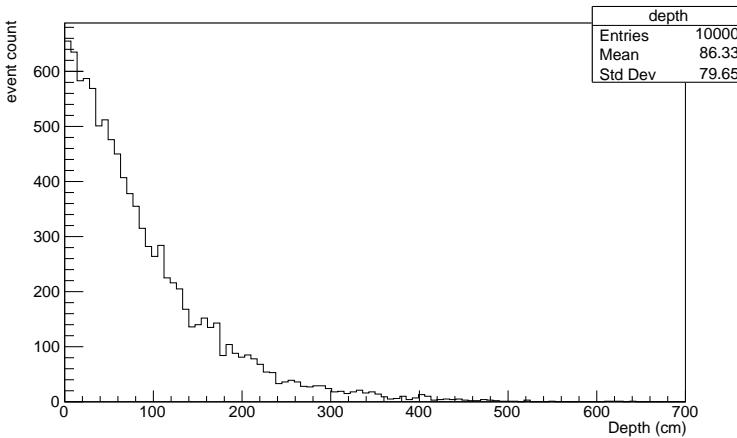


图 4.12 100 MeV 中子在液闪中的穿透深度，可见这是一个类似于指数的衰减分布，模拟通过 [Agostinelli et al. \(2003\)](#); [Allison et al. \(2006\)](#); [Allison et al. \(2016\)](#) 开发的 Geant 4 框架以及 QGSP_BERT_HP 相互作用模型完成

Figure 4.12 Range of neutrons in liquid scintillator, it is a decreasing distribution like expo function, simulation is done with Geant 4 framework developed by [Agostinelli et al. \(2003\)](#); [Allison et al. \(2006\)](#); [Allison et al. \(2016\)](#), using interaction model QGSP_BERT_HP, the events count rate v. track path plot shows a decreasing distribution, which suggests neutron's stopping mode is different from ionizing particles

并且这些中微子能量未被有效收集的事例可能不能被前述的识别 Partial Contain 的机制识别——因为中子穿过水池，如果不发生核反应的话，不会产生足够的信号。对于中子的不确定性部分也可能成为探测器能量重建的负面因素。

4.4 μ 与 ν_μ 之间的夹角

因为 ν_μ 的能量在末态主要传给 μ ，并且 μ 会沿途产生带电径迹，实际上对于 ν_μ 来向角度的重建也根据 μ 入手。但是 μ 的出射并非严格与 ν_μ 入射共线，这这儿会带来的角度的展宽就对应于对于角度重建的固有的展宽。当然，实际上探测器重建还有因为径迹位置重建的不确定性带来的误差，这部分误差依赖于江门中微子探测器上实际使用的重建算法，目前只能靠估算进行预言。

在前面章节讨论到对于质量顺序的区分需要区分中微子的来向。但是上述分布中在低能量段给出的效果并不理想：可以看见图上4.13的十字符号标记了在对应的切片中 $\cos \Delta\theta$ 的平均值与展宽——2 GeV 以下分布的展宽接近 $\Delta \cos \Delta\theta =$

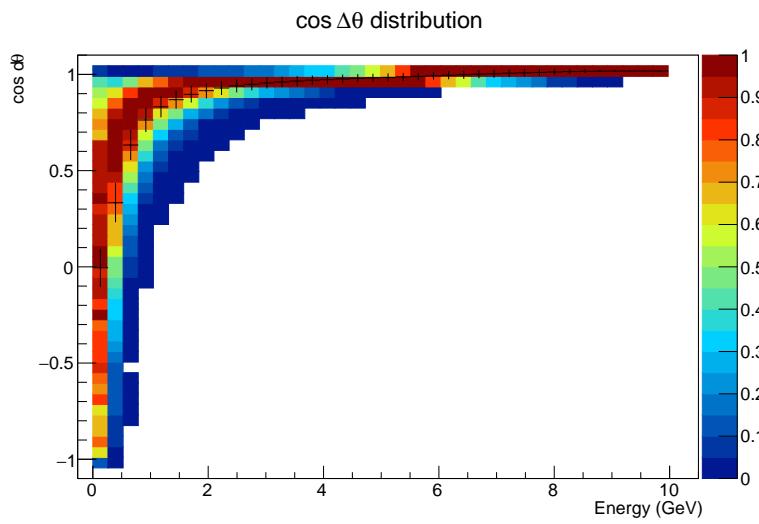


图 4.13 末态 μ 与初态的 ν_μ 之间的夹角分布与入射中微子能量大小的关系，注意每个能量方向上的切片对应的 $\cos \Delta\theta$ 分布的最大值被归一化到 1，模拟通过[Agostinelli et al. \(2003\)](#); [Allison et al. \(2006\)](#); [Allison et al. \(2016\)](#) 开发的 Geant 4 框架以及 QGSP_BERT_HP 相互作用模型完成

Figure 4.13 The distribution of angles between final state μ and initial state ν_μ , and the relationship to neutrino energy, notice that every slice along energy axis is normalized to make its maximum becomes 1, simulation is done with Geant 4 framework developed by [Agostinelli et al. \(2003\)](#); [Allison et al. \(2006\)](#); [Allison et al. \(2016\)](#), using interaction model QGSP_BERT_HP. There is a spread distribution of $\cos \Delta\theta$, suggest that the angle between neutrino track and muon track can be great.

0.1。

于是需要对于事例进行进一步的筛选：这里选择筛选末态 μ 的径迹长度（这也是可以通过重建在探测上观测到的数值）。选择 $L_\mu > 5 \text{ m}$ 作为筛选条件，其中 L_μ 通过第5章介绍的 Geant4 模拟手段取得。

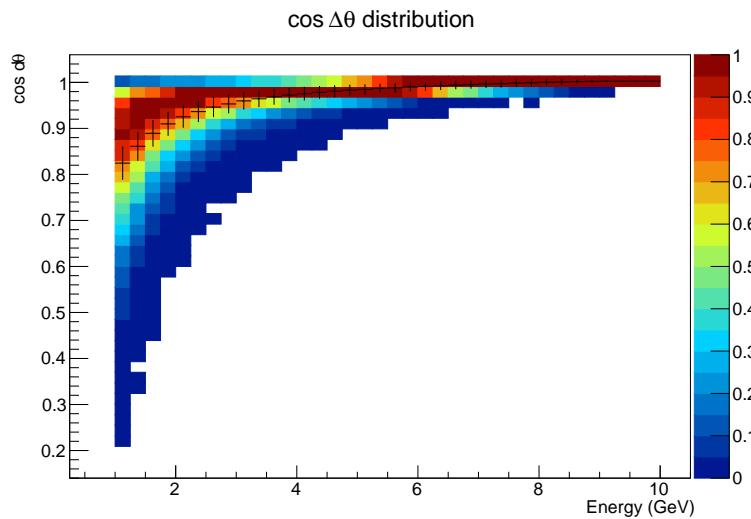


图 4.14 末态 μ 与初态的 ν_μ 之间的夹角分布于入射中微子能量大小的关系，这里筛选了 $L_\mu > 5 \text{ m}$ ，注意每个能量方向上的切片对应的 $\cos \Delta\theta$ 分布的最大值被归一化到 1，模拟通过[Agostinelli et al. \(2003\)](#); [Allison et al. \(2006\)](#); [Allison et al. \(2016\)](#) 开发的 Geant 4 框架以及 QGSP_BERT_HP 相互作用模型完成

Figure 4.14 The distribution of angles between final state μ and initial state ν_μ , a cut of $L_\mu > 5 \text{ m}$ is applied, and the relationship to neutrino energy, notice that every slice along energy axis is normalized to make its maximum becomes 1, simulation is done with Geant 4 framework developed by [Agostinelli et al. \(2003\)](#); [Allison et al. \(2006\)](#); [Allison et al. \(2016\)](#), using interaction model QGSP_BERT_HP, compared to 4.13, the

注意图 4.14 与图 4.13 的标尺不一致。但是可以看出绝大多数事例都满足了 $\cos \Delta\theta > 0.8$ ，这一比例经过计算为 97%。

由于大气中微子振荡受到角度影响很大，于是要求对于大气中微子事例的重建能达到足够的角度精度，在这里筛选 $L_\mu > 5 \text{ m}$ 的事例。一方面能保证 μ 的径迹角度朝向能代表 ν_μ 来向。另一方面，要求有足够长的 μ 径迹也能改善对于 ν_μ 带电流事例的筛选。这是因为一方面电子径迹难以达到这么长、以及其他 μ 来源（例如强子衰变）能量不会达到要求的这么高。

这样的角度分辨意味着在 $E > 2 \text{ GeV}$ 的事例中考虑对于下方飞来的中微子

做 $\cos Z \in [-1, -0.1]$ 之间的 9 个分 bin 进行分析是合理的。

4.5 较重的强子

除了上述比较容易产生的轻粒子之外，中微子末态还可能出现比较重或者是存在奇异数的粒子，比如 K^\pm 或者 Λ_c^+ 这样的粒子。由于动力学约束，它们仅仅初态中微子能量较高时才会出现，并出现的概率远小于常见的其他粒子。

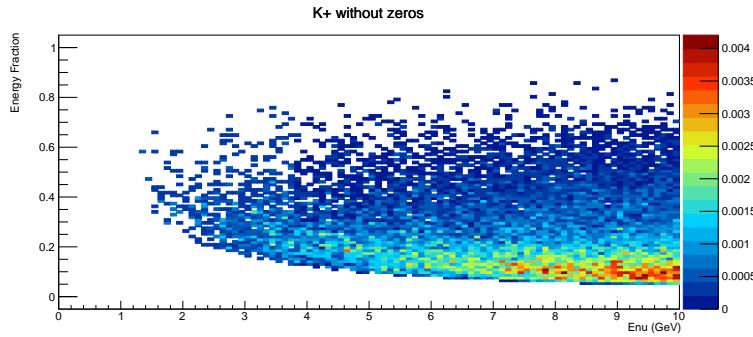


图 4.15 末态 K^+ 的产生的阈值与概率，上面的色块最左段就对应于 K^+ 产生的阈值，以及着色对应于产生的概率，此处包含了中性流过程，计算采用的事例生成来自于 [Andreopoulos et al. \(2010, 2015\)](#) 开发的 GENIE 以及其中的 G18_10b_00_000 模型

Figure 4.15 Probability of production and its threshold of K^+ , the left edge of the block represents the threshold of generation, and the color represents for probability, event generation is from GENIE developed by [Andreopoulos et al. \(2010, 2015\)](#) and G18_10b_00_000 model with it

可以发现，对于 K^+ 或者 Λ_c^+ 之类比较重的粒子，他们产生的概率相当小，但是小并不代表没有。GUT 理论预言的一种可能的质子衰变就是 $p \rightarrow K^+ + \nu$ ，如果想要检验 GUT，那么来自于大气中微子带来的 K^+ 将会成为严重的本底。

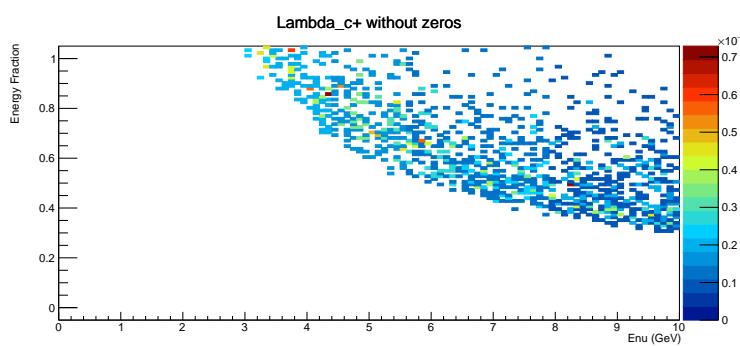


图 4.16 末态 Λ_c^+ 的产生的阈值与概率, 上面的色块最左段就对应于 Λ_c^+ 产生的阈值, 以及着色对应于产生的概率, 此处包含了中性流过程, 计算采用的事例生成来自于 Andreopoulos et al. (2010, 2015) 开发的 GENIE 以及其中的 G18_10b_00_000 模型

Figure 4.16 Probability of production and its threshold of Λ_c^+ , the left edge of the block represents the threshold of generation, and the color represents for probability, event generation is from GENIE developed by Andreopoulos et al. (2010, 2015) and G18_10b_00_000 model with it

第 5 章 Geant4 模拟

中微子事例发生器只能解决从中微子与核子到末态之间的过程，但是它不能解决末态粒子如何在探测器中传播与沉积能量的问题。对于粒子在闪烁体中的各种反应及其特征，就需要使用 Geant4 (GEometry ANd Tracking) ([Agostinelli et al., 2003](#); [Allison et al., 2006](#); [Allison et al., 2016](#)) 进行模拟。

Geant4 是对于粒子在物质中穿行的物理过程的模拟框架，它在多种领域都有重要的作用，通过配置不同的物理模型，Geant4 能覆盖从核医疗对应的数个 KeV 到 TeV 量级的高能物理过程。Geant4 的模拟需要的输入是粒子以及与其相互作用的物质的信息、以及各种粒子对应的物理过程的列表、以及各类反应的截面。

为了研究中微子末态的行为，我基于 Geant4 开发了一个模拟软件，这款软件的输入如下：对于粒子而言，Geant4 模拟需要的是粒子出现的时空位置、粒子的种类以及粒子初态的动量，在本论文的模拟中，采用 GENIE 的输出。指定粒子的初态在物质中运行，对于物质而言，Geant4 要求定义物质的元素组成，以及元素的质量分数，本论文采用 [An et al. \(2016\)](#) 中给出的密度以及质量分数比，原子核的反应截面由 G4NDL 数据库给出。反应的物理过程详细参数采用 QGSP_BERT_HP 模型进行，这个模型在 $E < 10 \text{ GeV}$ 的情况下对于 π 以及质子等粒子使用 Bertini Cascade ([Wright et al., 2015](#)) 模型，以及对于低能量的中子采用高精度的实验模型。

模拟过程考虑了中微子事例在探测器中各点等概率的产生，由于探测器本身具有旋转对称性，如果不考虑能量沉积的空间分布，中微子的来向不会引入额外的影响。于是在模拟中不对于中微子的来向做额外的处理。中微子事例的模拟输入如果未额外指明，都是来自于 GENIE 在 G18_10b_00_000 下的模拟结果。

模拟观察的物理量主要有

- 在探测器区域内沉积能量的总和
- 粒子飞出探测器的情况
- 飞出探测器外的粒子，在探测器外沉积能量的总和
- μ 的径迹长度

另外，江门中微子实验合作组也有基于 Geant4 开发的离线模拟软件，合作组开发的离线模拟软件模拟过程更加精细，输入类似于前面提到的输入，包括初态粒子以及其位置与动量，探测器性质与几何都被预先指定，输出是在光电倍增管上看到的光子击中情况。虽然合作组开发的模拟框架更为精细，并且模拟的输出更为符合实际上探测器的情况。但是由于涉及到产生光子以及其光学过程的全模拟会带来相当大的复杂度，会耗费大量 CPU 和存储，于是在模拟过程中

- 对于需要大量事例的情况采用我完成的简易模拟
 - 能量沉积的响应矩阵， $P(E_{vis}|E_\nu)$
 - 各种筛选条件的效率
- 需要事例数较少的情况下采用合作组开发的全模拟
 - 在单个事例中，探测器观测到的信号的时间分布
 - 在单个事例中，探测器观测到的光子数的绝对值

5.1 能量沉积的响应矩阵与筛选条件

想要对于中微子事例的能量进行重建，就需要了解中微子事例的能量的响应矩阵，具体响应矩阵的用途将在之后关于去卷积 (Unfolding) 的章节进行介绍。在这里，我们需要的观测量是：

$$P(E_{vis}|E_\nu) \approx \frac{N(E_{vis}|E_\nu)}{N(E_\nu)} \quad (5.1)$$

也就是产生 $N(E_\nu)$ 个人射中微子能量为 E_ν 的情况下观察到的沉积能量为 E_{vis} 的频率估算的概率。值得注意的是，由于筛选条件的存在，于是：

$$\alpha(E_\nu) = \sum_{E_{vis}} \frac{N(E_{vis}|E_\nu)}{N(E_\nu)} \leq 1, \quad (5.2)$$

这里的 $\alpha(E_\nu)$ 就对应于这个能量点或者是能量区间下的筛选条件的效率。

在仅考虑所有带电流事例时，可以得到一个不理想的的响应矩，如图 5.1。因为没有对于末态事例进行筛选，于是这个矩阵存在部分事例 $E_{vis} \ll E_\nu$ 的情况。这是因为存在末态粒子逃逸，而未在探测器内沉积它们的能量。

在第4章提到的对于末态事例进行筛选的目的就是去除 $E_{vis} \ll E_\nu$ 的极端情况，以尽可能的让 E_{vis} 与 E_ν 的在响应矩阵上接近（斜）对角线主导。前文中

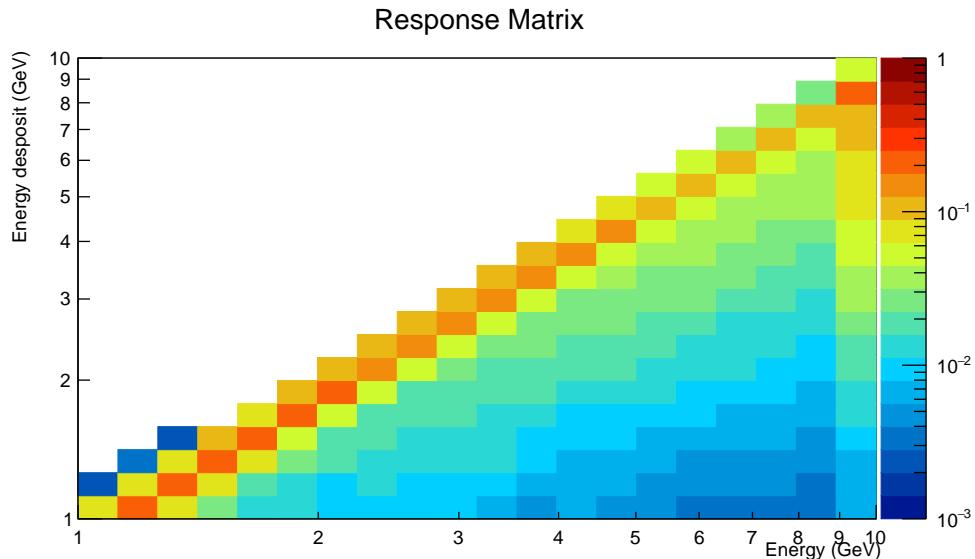


图 5.1 所有带电流事例的能量沉积响应矩阵，事例没有经过进一步筛选，每个 E 方向的切片被归一化为求和等于 1，计算采用的中微子相互作用末态来自于 Andreopoulos et al. (2010, 2015) 开发的 GENIE 以及其中的 G18_10b_00_000 模型，末态粒子于物质的相互作用通过 (Agostinelli et al., 2003; Allison et al., 2006; Allison et al., 2016) 开发的 Geant 4 框架结合 QGSP_BERT_HP 模型进行，本章除特殊说明，皆使用了上述工具做图

Figure 5.1 Response matrix containing all charge current events, no further cuts are applied, every slices along E axis is normalized to make its integration equal to 1. The energy response matrix is far away from linear correlation, energy reconstruction requires a response matrix near to linear correlation. Final events from neutrino events is generated from GENIE developed by Andreopoulos et al. (2010, 2015) and its G18_10b_00_000 model, interaction of those particles to detector is simulated via Geant 4 developed by (Agostinelli et al., 2003; Allison et al., 2006; Allison et al., 2016) along with QGSP_BERT_HP model, unless specified separately, all figures in this chapter is done using such tools.

提到的一个筛选条件¹是要求在 200 ns 的时间窗口内在收集到来自水池中的光子数小于 50 个（含暗噪声），这其实等价于要求没有粒子在水池中沉积能量。

作为上述筛选条件合理性验证，通过模拟对于中微子事件在水池中能量沉积的行为进行估计，这项模拟使用 $9 \text{ GeV} < E < 10 \text{ GeV}$ 的中微子事例，并在探测器内随机产生事例，观察其在水池中的能量沉积。

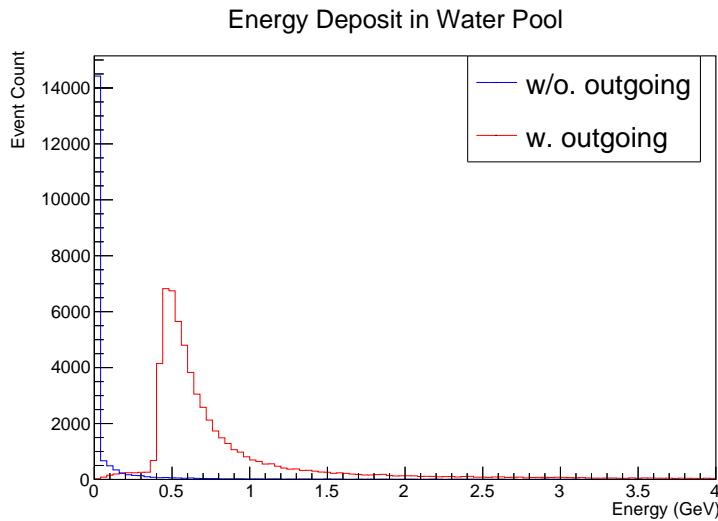


图 5.2 水池中能量的沉积，横轴是在水池中沉积能量，纵轴是对应的事例数，区分了两类事例，分别是 μ 飞出闪烁体以及 μ 没有飞出闪烁体的情况，可以看到这两类事例逃逸能量区别很大

Figure 5.2 Energy deposit in water pool, events are classified in to types, one is μ stays in scintillator, another is μ escaped from scintillator. There is a significant difference between those 2 kinds of events: those with escaped muons can get more energy lost, or to say, the energy escaping process is dominated by escaped μ^\pm , this agrees to that the muons can fly the longest path.

可以看到两个峰状结构， μ 没有飞出闪烁体的时候多数事例在水池中不沉积能量， μ 飞出闪烁体之后事例会在水池中沉积相当大的能量。也就是说，能量的泄漏主要是来自于反应产生的 μ 。在考虑了要求末态粒子不在水池中沉积能量之后，响应矩阵变为图5.3，相比于5.1对应的接近理想情况很多。

当然，此时能量沉积也远未达成理想情况要求的斜对角，这可能是因为前文提及的

- 中微子能量在末态粒子中分配的变化于各类粒子能量沉积效率不同的影

¹见3.3中对于 Fully-Contained 事例的筛选条件

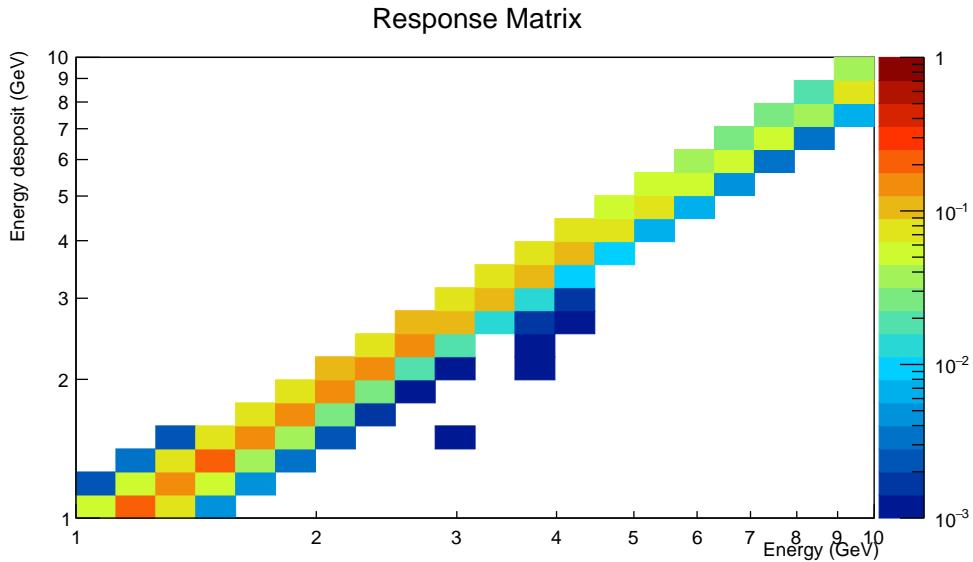


图 5.3 筛选水池中没有能量沉积情况下的能量的响应矩阵，每个 E 方向的切片被归一化为求和等于这个筛选的效率，可以看到低能量端存在明显的弥散

Figure 5.3 Response matrix containing all charge current events, no further cuts are applied, every slices along E axis is normalized to make its integration euqal to the fraction of the selection in the energy bin, it is more close to linear correlation compared to 5.1, while variation can be seen at lower energy side.

响

- 结合能部分（这部分能量无法在探测器中被观察到）的影响
- C 原子内的费米运动 ([Lu et al., 2016](#))

等因素的作用。

虽然前两个效应难以被估计，但是我们可以根据反应的末态的拓扑、或者末态 μ 径迹长度等分类，对于不同类型的事例有不同的响应矩阵。可以预见，这些响应矩阵能带来更集中的分布，进而对于每一类事例改善能量重建精度。

5.2 综合筛选效率

在第4章提及了为了保证末态 μ 方向能与 ν_μ 方向对应，要求筛选 μ 的径迹长度足够长。但是另一方面，上一节要求中微子事例不存在末态粒子逃逸。其实这两个要求在一定程度上是矛盾的，因为更长的 μ 径迹就对应于更容易逃逸的 μ 。并且 μ 是逃逸的粒子中最主要的来源。

我们可以预期，在低能量段下，筛选条件的效率会因为 μ 倾向于不够长而

被下降，在高能量段，会因为末态粒子能量过高而更容易飞出探测器导致事例被拒绝而下降。在考虑两种因素之后计算得到的效率为

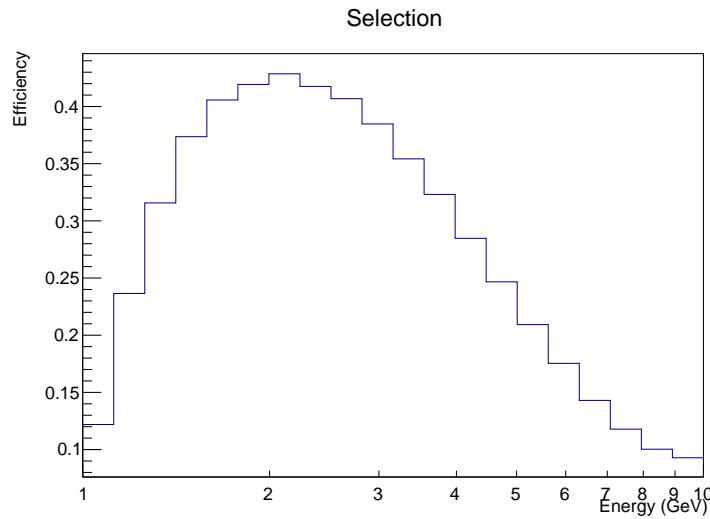


图 5.4 筛选条件的效率，同时考虑了对于 μ 径迹的长度要求以及要求末态粒子不能飞出探测器，效率呈现明显的两端低，中间高的形式

Figure 5.4 Efficiency of the selection, considering the requirement for track length (require μ track to satisfy that $L > 5$ m) and the final state particles not to overflow the detector, we get low efficacy on both low energy side (due to track length requirement) and high energy side (due to “no overflow” requirement)

可以看到在 $E \approx 2$ GeV 附近的时候，对于中微子带电流事例的筛选的效率最高，在两端这一效率下降。在不同能量范围下效率差异很大，高能量下效率甚至 $< 10\%$ 。

在这个筛选条件下，能量沉积的响应矩阵变为

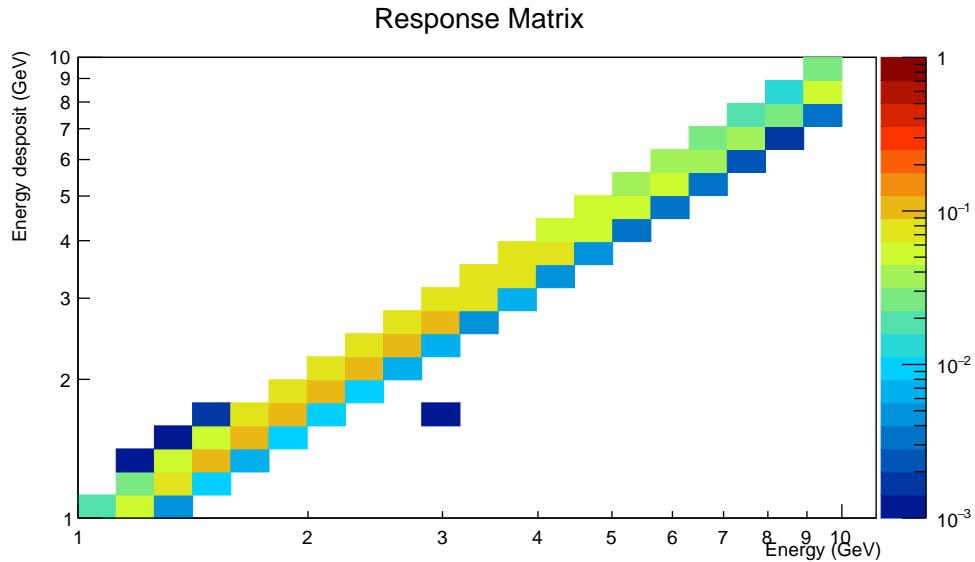


图 5.5 综合考虑所有筛选条件之后的响应矩阵，响应矩阵的矩阵元比 5.3 更集中

Figure 5.5 Response matrix after all selection is considered, as described in 5.4, the correlation is more close to linear situation

可以看到此时的响应矩阵已经具有相当清晰的带状结构了。

5.3 Michel 电子

在众多末态粒子中，时间信号可能成为部分粒子的有效鉴别手段。主要是对于 $X^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow e^+$ 的衰变链²。由于这条衰变链出现三种带电粒子，并且 μ^+ 有足够长的寿命，考虑到相对论效应的影响，在探测器参考系下平均寿命可以达到数个微秒量级，远大于探测器的本征时间响应³。那么可以观察到的能量沉积或者是光子数随时间的关系会表现为三峰结构。在这个过程中最终产生的电子被称为 Michel 电子。

通过筛选这些事例，可以筛选中微子事例中的 K^+ 以及 π^+ 。对于 K^- 而言，它会衰变产生 μ^- ，但是 μ^- 更加倾向于与原子核发生反应 $\mu^- + p^+ \rightarrow n + \nu_\mu$ 。以及 π^- 也会通过类似的反应被原子核俘获。但是 μ^- 的俘获过程可能伴随光子的产生，成为 $\mu^- + p^+ \rightarrow n + \nu_\mu + \gamma$ 这就可能导致误鉴别 K^- 。

²常见的 X^+ 一般可以是 K^+ 或者是 π^+

³探测器光电倍增管时间响应见表 3.1

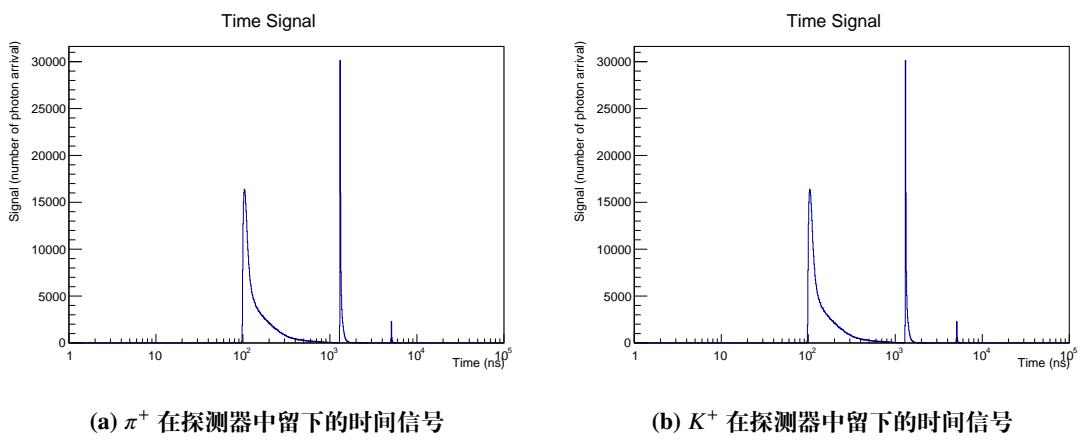


图 5.6 Michel 电子事件带来的时间特征，可以注意到探测器收集到的光子数随着时间的变化是一个明显的三峰结构，这部分模拟通过 JUNO 合作组开发的模拟工具进行 ([Huang et al., 2017](#))

Figure 5.6 Time signal induced by Michel electrons, notice the triple-peak structure of the shape, simulation via JUNO Offline Software ([Huang et al., 2017](#)), the triple event situation can be used to identify K^+ or π^+

第6章 去卷积 (Unfolding)

探测器对于中微子能量的响应实际上可以看作一个卷积过程。通过响应矩阵描述的关系将一个实际的中微子流强 $f(E_\nu)$ 变成了观测到的能谱 $f'(E_{vis})$ 。在考虑分 bin 的前提下这个过程可以解释为

$$f'(E_{vis,i}) = \sum_j P(E_{vis,i}|E_{\nu,j})f(E_{\nu,j}) \quad (6.1)$$

(6.1)形式上完全是一个矩阵乘法的过程，但是对于这个过程求逆并不能通过矩阵代数的逆矩阵完成。

6.1 直接使用逆矩阵的缺陷

为了解释逆矩阵为何在探测器上不可用，我们考虑一个简化的探测器模型：这个探测器区分两个状态，具有

$$\hat{A} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+\epsilon & 1-\epsilon \\ 1-\epsilon & 1+\epsilon \end{pmatrix}, \quad (6.2)$$

给出的响应矩阵，其中 ϵ 是这个探测器性能的描述。对于 $\epsilon = 1$ 的情况下，响应矩阵变成对角矩阵，能严格的区分两个状态。探测器误鉴别的概率随着 ϵ 的下降而上升。直到 $\epsilon = 0$ ，探测器完全不能区分两个状态。

如果探测器给出响应为 $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ ，根据逆矩阵方法，我们可以给出：

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \frac{b_1 - b_2}{2\epsilon} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{b_1 + b_2}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (6.3)$$

这对于探测器观察到的 $b_1 - b_2$ 分量带来了一个 $\frac{1}{\epsilon}$ 的因子。但是考虑到误差来源，例如探测器获得输出 $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ 携带的统计误差，它会带来对于输出 x_1 的误差会被按照因子 $\frac{1}{\epsilon}$ 放大为 $\frac{\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}{\epsilon}$ ，这个效应可能是难以接受的。对于真实的探测器，在部分情况下可能鉴别能力较低（对应于响应矩阵有的特征值较小），这种情况我们愿意丢弃这些事例也不愿意让被放大的误差支配测量结果。

实际上，由于探测器并非理想探测器带来的信息的丢失，从探测器输出重建输入本身就不再是良定义的问题了。而是应该综合考虑多种因素进行处理，这里往往会引入名为正则化参数的概念，比如上面的特征值问题我们可以限制 $x_1 - x_2$ 的大小等，当然前提是对于我们对于 x 的物理分布有这样的先验的认知。一个更好的 unfolding 方法应该允许我们将对于待观测的物理量的认识作为输入。

6.2 贝叶斯迭代

贝叶斯迭代是基于贝叶斯定理的择二从一公式的一种从探测器响应矩阵以及探测器输出估计探测器输入的方法。

$$P(C_i|E) = \frac{P(E|C_i)P(C_i)}{\sum_j P(E|C_j)P(C_j)} \quad (6.4)$$

其中， C_i 代表原因、在这里指探测器的输入； E 指效应，也就是探测器的输出； $P(E|C_i)$ 对应于某个输入给出特定输出的概率，也就是探测器响应矩阵的矩阵元； $P(C_i)$ 是输入的分布，也就是对应于我们想要求算的探测器输入的情况。

我们想要求算的量在公式的右边，表面看似(6.4)没有解决问题，但是进一步考虑到 $P(C_i|E)$ 的定义，我们可以给出

$$\begin{aligned} N(C_i) &\approx P(C_i|E)N(E) \\ &= \frac{P(E|C_i)P(C_i)}{\sum_j P(E|C_j)P(C_j)}N(E) \end{aligned} \quad (6.5)$$

我们就能从一个先验的 $P(C_i)$ 的分布给出一个 $N(C_i)$ ，而 $N(C_i)$ 可以进一步的给出 $P'(C_i)$ 。贝叶斯迭代的含义就是重复上述过程，将计算的到的 $P'(C_i)$ 作为新的 $P(C_i)$ ，直到获得一个良好的估计。

并且对于先验的 $P(C_i)$ 的输入，有一个很好的选择就是正质量顺序下与反质量顺序下流强的估计的平均值，这样既不会引入对于质量顺序的先验的偏差，也可以很好的描述我们对于中微子流强的先验的估计。

6.2.1 贝叶斯迭代的正则化

上面的迭代不能像自洽场模型一样，要求两次迭代差异足够小才停止。这是因为贝叶斯迭代存在过拟合的问题，这一问题的来源是对于迭代过程中使用的响应矩阵的估计可能与物理事实存在偏差，比如模型的系统误差以及通过蒙特卡罗模拟生成响应矩阵过程中的统计误差。这一误差会在迭代过程中传递。并且

可以近似认为误差随着迭代次数指数增加。过多的迭代次数可能使结果失去意义。

因此，在贝叶斯迭代中会引入正则化参数，这个正则化参数就是迭代次数。正则化参数的确定可以通过生成大量带有统计误差的响应矩阵，并使用这一组响应矩阵对于假想的流强进行 Unfolding，考虑不同迭代次数的 χ^2 分布 (Gagunashvili, 2006)，以及这个分布与迭代次数的关系。

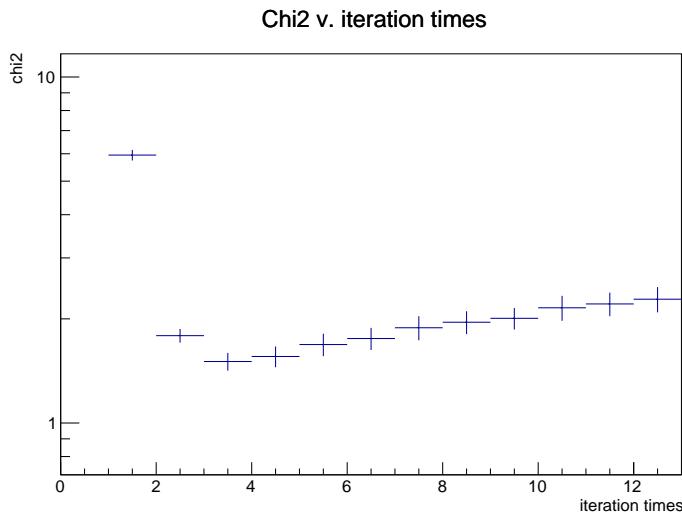


图 6.1 迭代次数与 χ^2 分布的关系，图中十字中心对应于 χ^2 的平均值，上下的高度对应于分布的宽度，可以看见 χ^2 的平均值的一个随迭代次数先下降随后上升的关系。本图与图6.2 皆使用了 Prosper et al. (2011) 的 RooUnfold 框架进行计算

Figure 6.1 The relationship of χ^2 and iteration times, the marker's center represents the average of χ^2 at this iteration time, and the height represents for width of the distribution of χ^2 . It is clear the average of χ^2 decrease at begin and increase then. This figure and fig 6.2 both used RooUnfold framework developed by Prosper et al. (2011)

从图 6.1 可以看出，对于每个模型，迭代次数存在最优化值，在迭代次数小于它时，分布不够接近理想情况；在迭代次数大于它时，会因为过拟合而放大偏差。并且在图 6.1右端上升区可以看作是直线，考虑到纵轴使用对数坐标，于是上升部分的 χ^2 是指数上升。

在这里的模型下我们可以预言最佳的正则化参数是迭代次数为 3。于是对于预期流强进行 Unfolding 得到：

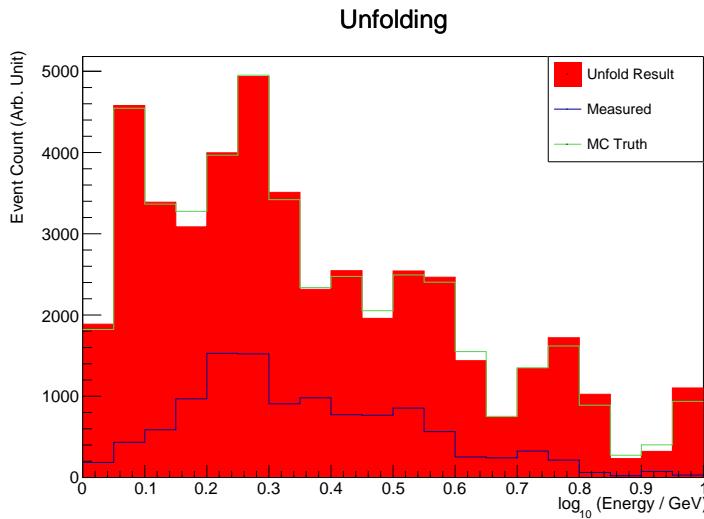


图 6.2 Unfolding 结果，纵轴的数值是相对单位

Figure 6.2 The result of unfolding, vertical axis is shown in relative units

可以看出，通过 Unfolding，可以从测量到的响应一定程度上还原输入。但是 Unfolding 的过程严重依赖输入的准确性，实际操作中，Unfolding 可能由于对于响应矩阵认识的误差或者是偏差带来最终结果的偏差。

第7章 质量顺序的敏感度

对于质量顺序的敏感度，就是指观测结果可以在多大程度上区分正质量顺序假设于反质量顺序假设。这个问题背后的统计学已经被充分的研究过了 (Qian et al., 2012, 2015)。

对于实验敏感度的讨论，我们应该将问题分为两种情况来讨论，一方面是如果已经有了一组实验观测的数据，如何从实验数据中解读这份数据是支持正质量顺序或反质量顺序，以及支持对应质量顺序的程度；以及对于还未开始取数的实验，如何估计这个实验对于正质量顺序以及反质量顺序的区分能力。

对于第一个问题，最常用的方法是定义检验统计量 $T_{NH} = -2 \log L_{NH}$, L_{NH} 是正质量顺序模型用来拟合数据过程中计算出的 Likelihood，如果考虑所有数据点 x_i 满足高斯误差，且标准差为 σ_i ，则 Likelihood 定义为（不考虑系统误差的前提下）

$$-2 \log L(\theta) = \sum_i \left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 + \left(\frac{\theta - \theta_0}{\sigma(\theta)} \right)^2 \quad (7.1)$$

其中 θ 是拟合过程指定的参数，在接下来的拟合过程中我们选用 $|\Delta m_{23}^2|$ 作为 θ 。其中心值与标准差采用 (Zyla et al., 2020) 给出的拟合结果。

当然，如果数据点的统计误差不满足高斯误差，则应该考虑对应的分布函数计算 likelihood，在拟合过程中会使得 likelihood 最大化，也就是 T_{NH} 最小化，为 $T_{NH,min}$ 。类似的，使用反常质量顺序模型作为拟合的模型，可以得到 $T_{IH,min}$ 。

最终使用变量 $\Delta T = T_{IH,min} - T_{NH,min}$ 作为实验区分质量顺序的判别依据。如果 $\Delta T > 0$ 则意味着实验结果倾向于正质量顺序，反之倾向于反质量顺序。 $|\Delta T|$ 表明了实验结果支持对应假设的强度。

对于实验设计，或者尚未完成取数的实验而言，可以通过模拟获得 ΔT 的期望值 $\overline{\Delta T}$ 来表示。 $\overline{\Delta T}$ 的计算方式如下。

1. 假定正确的质量顺序，作为例子这里假定其为正常顺序，基于已知的振荡参数的模拟给出实验观测结果的预期。这个预期应该是不包含统计误差的中心值；

2. 使用反常质量顺序下的模型，拟合上面产生的数据集。会得到一个 T_{IH} 。

由于这个数据集是正常质量顺序下的不包含统计误差的中心值，可以断言使用正常质量顺序拟合的模型拟合得到的 $T_{NH} = 0$ 。由此， $\Delta T = T_{IH}$ ，被记作 $\overline{\Delta T}_{MH=NH}$ 。

$\overline{\Delta T}$ 被看作是 ΔT 的中心值或者是平均值，这是因为实际的实验中数据会因为统计误差或者是系统误差存在涨落，最终实验的 ΔT 的结果可以看作是在某个分布上的一次采样。[Blennow et al. \(2014\)](#) 给出了 ΔT 满足的分布应该是一个中心值和标准差分别为 ΔT 和 $2\sqrt{\Delta T}$ 的高斯分布。

7.1 对于江门中微子实验的敏感度的估算

在不考虑系统误差，仅考虑统计误差的前提下，可以将模拟测量事例的统计误差在第6章给出的过程中传递，给出最终的统计误差，并作为拟合模型的输入。

这里的拟合的对象是 10 年测量的 ν_μ 的带电流事例数。事例数计算用到的截面来自于 GENIE 的 G18_10b_00_000 的模型。

拟合中部分角度范围的结果见图7.1。作为例子，全部见结果附录。图中给出的误差棒可以体现出在低能量端由于对于 ν_μ 径迹的长度筛选带来的效率的下降。在考虑到所有 $\cos Z < 0$ 的 ν_μ 带电流事例之后，可以计算出 $\Delta T = 6.0$ ，对应于 $\sigma = 2.45$

敏感度的提升有很多可能的途径，但是最主要的途径还是两者

- 通过对于末态的拓扑的重建改善能量分辨率。因为反应末态的拓扑关联反应的难以观测的结合能部分；
- 改善对于角度的分辨，可以考虑加入除了 μ 轨迹之外的信息输入重建中微子的来向。

但是在这些方面的深入需要对于探测器进行全模拟，由于时间和算力的限制不能在本研究内完成。

这里的结果并非乐观，但是另一方面，由于大气中微子的观测与反应堆中微子的观测是统计上的独立事件，因此在确定中微子的质量顺序的过程中可以考虑引入多种输入，这将会有效的改善整个实验整体的灵敏度。

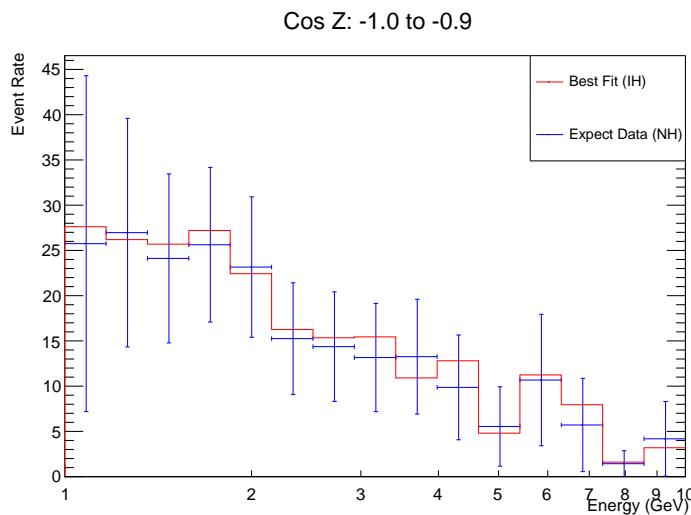


图 7.1 $-1 < \cos Z < -0.9$ 范围内中微子带电流事例数的期望以及拟合，中微子原始流强来自于 Honda et al. (2015)，振荡计算通过 Wendell et al. (2021)，振荡参数在正反质量顺序下的中心值以及精度来自于 Zyla et al. (2020)，筛选效率来自于图5.4，中微子事例计算使用的截面来自于 G18_10b_00_000 模型 (Andreopoulos et al., 2010, 2015)

Figure 7.1 Expected and fitted ν_μ charged current events count for coming directrion of $-1 < \cos Z < -0.9$, raw flux data for neutrinos is from Honda et al. (2015), calculation of oscillation and parameters known is from Wendell et al. (2021) and Zyla et al. (2020), efficiency of selection see fig 5.4, cross selection is from G18_10b_00_000 model of GENIE (Andreopoulos et al., 2010, 2015)

第8章 总结与展望

本文讨论了江门中微子上 GeV 能量段的中微子事例的相互作用特性，能量重建困难点，以及在未考虑系统误差的情况下一个较为乐观的对于质量顺序测量的估计。并估算了江门中微子探测器上的大气中微子事例对于质子衰变的搜寻的本底而言的大小。展示了江门中微子实验在反应堆中微子实验之外更多的可能性。

江门中微子实验是针对反应堆中微子观测而设计的中微子实验，但是其在除了反应堆中微子之外依然有众多可以实现的物理目标。对于大气中微子的观测也在其列，大气中微子的观测相对于反应堆中微子的观测有很大的不同，在这里主要体现在能量重建的误差来源上。但是现有的实验设计，完全能允许在大气中微子是观测中获得有价值的物理信息。

相对于反应堆或者是加速器中微子事件而言，大气中微子事例数更小，大气中微子成份更加复杂，以及大气中微子会带来由于相互作用的反应末态的复杂性，因此对于大气中微子的众多物理测量往往充满挑战。但是大气中微子的测量并非没有意义，在众多物理目标下它可以成为反应堆或者是加速器中微子测量的辅助。以及对于大气中微子的能谱测量能揭示原初宇宙线的物理。

江门中微子探测器的体积刚好覆盖了对于大气中微子的质量顺序敏感度最好的十亿电子伏特以下的能量范围，于是对于在其上提供质量顺序的测量提供了可能。

一方面，对于江门中微子探测器而言，已有的物理目标还有很多改进的空间，比如更加精细的末态粒子重建能力可以带来更好的数百兆电子伏特以上能量各类事件的重建能力，对于 3" 光电倍增管子系统的重建算法的挖掘可能能够改进高能量事例的径迹重建能力等等，江门中微子实验可能还有没有被充分挖掘的可能性，有待我们进一步深入。

附录 A ν_μ 的振荡概率

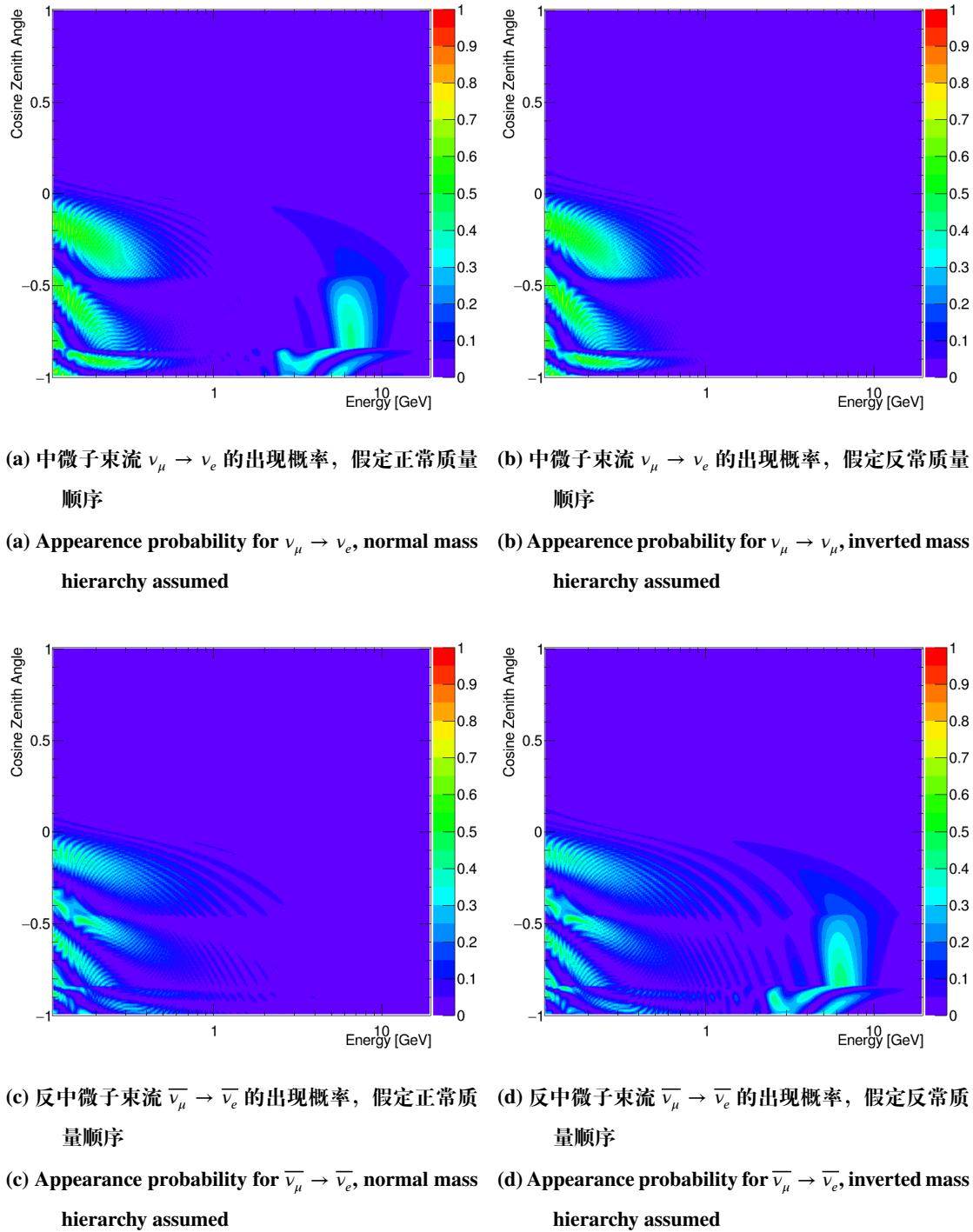


图 A.1 ν_e 以及 $\bar{\nu}_e$ 的出现概率关于能量以及高度角的关系, 相关引用同图2.6

Figure A.1 Relationship of appearance probability for ν_e and $\bar{\nu}_e$, citations see fig 2.6

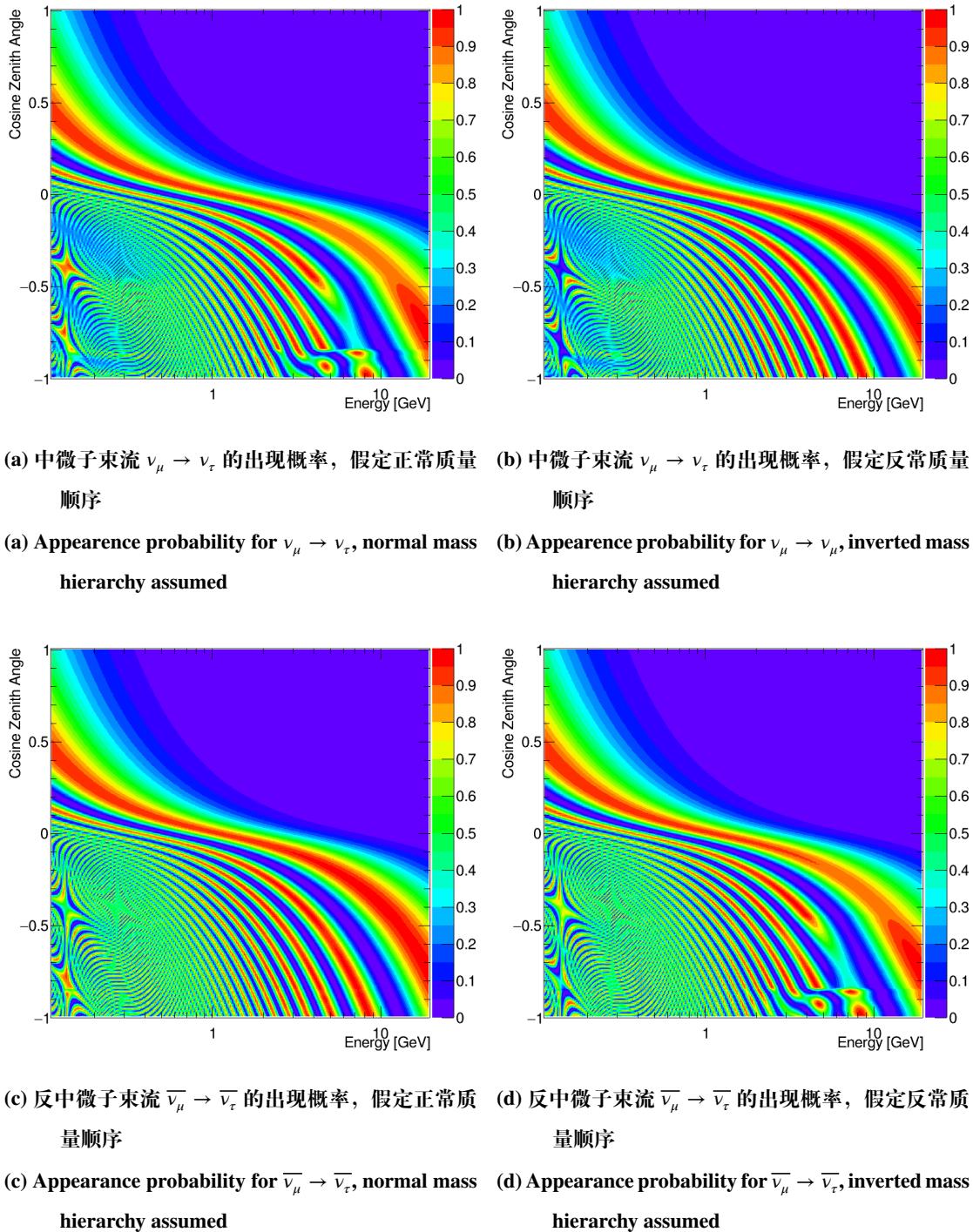
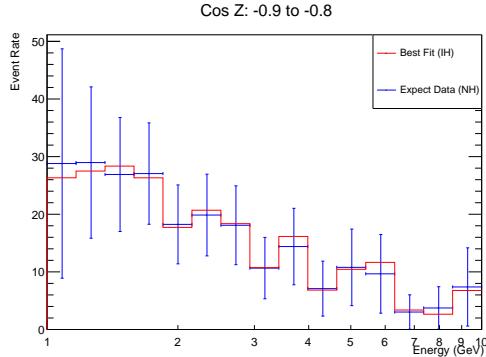


图 A.2 ν_τ 以及 $\bar{\nu}_\tau$ 的出现概率关于能量以及高度角的关系, 相关引用同图2.6

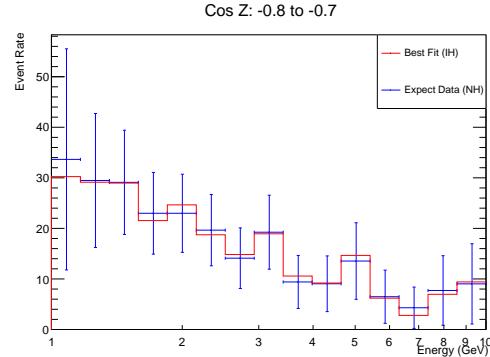
Figure A.2 Relationship of appearance probability for ν_τ and $\bar{\nu}_\tau$, citations see fig 2.6

附录 B 中微子流强的拟合



(a) $-0.9 < \cos Z < -0.8$ 范围内中微子带电流事例数
的期望以及拟合, 相关引用同图 7.1

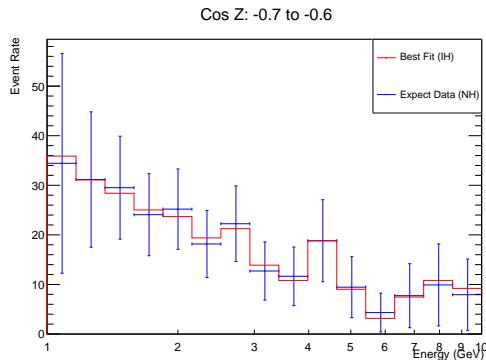
(a) Expected and fitted ν_μ charged current events
count for coming directrion of $-0.9 < \cos Z <$
 -0.8 , citations see fig 7.1



(b) $-0.8 < \cos Z < -0.7$ 范围内中微子带电流事例数

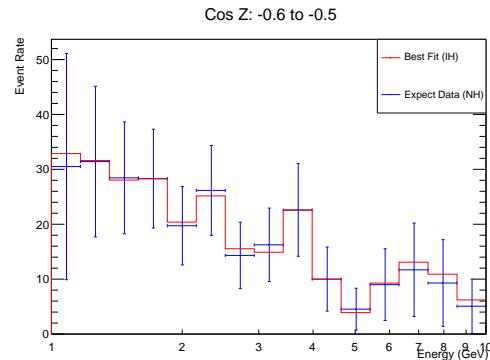
的期望以及拟合, 相关引用同图 7.1

(b) Expected and fitted ν_μ charged current events
count for coming directrion of $-0.8 < \cos Z <$
 -0.7 , citations see fig 7.1



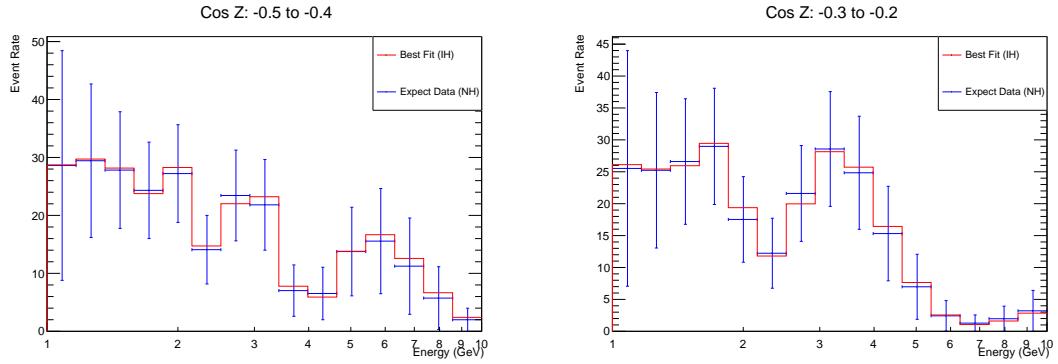
(a) $-0.7 < \cos Z < -0.6$ 范围内中微子带电流事例数
的期望以及拟合, 相关引用同图 7.1

(a) Expected and fitted ν_μ charged current events
count for coming directrion of $-0.7 < \cos Z <$
 -0.6 , citations see fig 7.1



(b) $-0.6 < \cos Z < -0.5$ 范围内中微子带电流事例数
的期望以及拟合, 相关引用同图 7.1

(b) Expected and fitted ν_μ charged current events
count for coming directrion of $-0.6 < \cos Z <$
 -0.5 , citations see fig 7.1

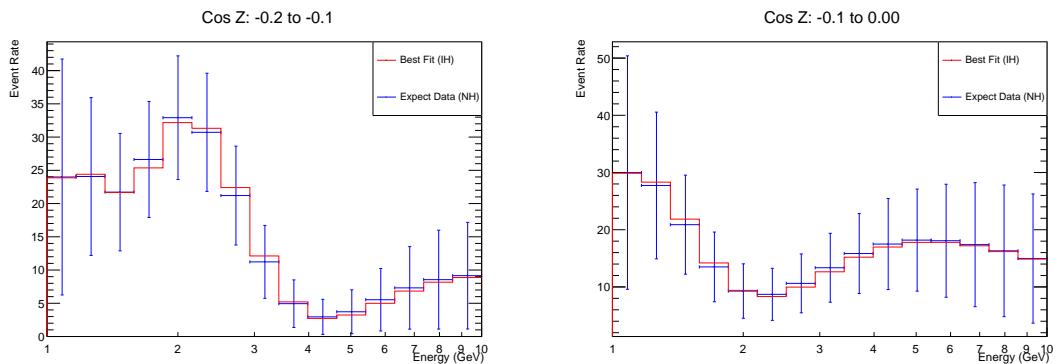


(a) $-0.5 < \cos Z < -0.4$ 范围内中微子带电流事例数
的期望以及拟合, 相关引用同图 7.1

(a) Expected and fitted ν_μ charged current events
count for coming directrion of $-0.5 < \cos Z <$
 -0.4 , citations see fig 7.1

(b) $-0.4 < \cos Z < -0.3$ 范围内中微子带电流事例数
的期望以及拟合, 相关引用同图 7.1

(b) Expected and fitted ν_μ charged current events
count for coming directrion of $-0.4 < \cos Z <$
 -0.3 , citations see fig 7.1



(a) $-0.3 < \cos Z < -0.2$ 范围内中微子带电流事例数
的期望以及拟合, 相关引用同图 7.1

(a) Expected and fitted ν_μ charged current events
count for coming directrion of $-0.3 < \cos Z <$
 -0.2 , citations see fig 7.1

(b) $-0.2 < \cos Z < -0.1$ 范围内中微子带电流事例数
的期望以及拟合, 相关引用同图 7.1

(b) Expected and fitted ν_μ charged current events
count for coming directrion of $-0.2 < \cos Z <$
 -0.1 , citations see fig 7.1

附录 C Protons and Charged Pions in Liquid Argon

Liquid argon time projection chamber is another approach of measuring detailed parameters for neutrino interactions. Here I will show some results on pions and protons in liquid argon at relatively low energy points.

For this part I am using QBBC on Geant 4 ([Agostinelli et al., 2003](#); [Allison et al., 2006](#); [Allison et al., 2016](#)), with a rather simple detector geometry, it is a simple liquid box with all initial state particles start in its center along Z-direction. It has no external field applied, to match the design of several real liquid argon TPCs.

For analysis in TPC, it is able to give us information about the geometry of the track and the energy deposit along the path of charged particles.

C.1 Process during propagating

Those charged particle can undergo various processes in simulation. To look into this, we will look into

- The process that particles undergo, per step
- The process that stops the particle, defined as last kinetic energy loss process
- The process through which the particle will be lost in propagation

C.1.1 Per step process

As discussed above, per step process means process that a particle may pass through during the whole simulation. I am recording those information from Geant 4 per step information.

For protons in liquid argon:

- hIoni: hadron ionization
- $> 0.4 \text{ MeV}$ (When kinetic energy is above 0.4 MeV)
 - CoulombScat: Coulomb Scattering. The threshold is not accurate for Coulomb-Scat, it doesn't have physical threshold, just a matter of sampling.
- $> 3 \text{ MeV}$

- protonInelastic: proton inelastic (a.k.a. nuclear reaction)
- HadElastic: hadron elastic

And hadron ionization takes most fraction of per step process among all those per-step processes. Since ionization describes a process where particle loss its kinetic energy nearly continuously, ionization is the dominant per-step process for every particle type or every point I have looked into.

And at higher energy, nuclear reaction becomes possible, it's due to kinetic barrier is overcome at higher initial state energy to overcome binding energy. Also, at higher energy, the phase space of nuclear reaction will increase, means it will be more likely to perform nuclear reaction.

And for π^+ per step, things are somehow different,

- hIoni
- Decay
- $> 2 \text{ MeV}$
- pi+Inelastic: π^+ inelastic (a.k.a. nuclear reaction)
- CoulombScat
- HadElastic
- $> 2 \text{ GeV}$
- hBrems: hadron bremsstrahlung
- hPairProd: hadron pair production

The different can be seen clearly: π^+ will decay. And at higher energy, π^+ will introduce bremsstrahlung and pair production. Bremsstrahlung and pair production are not seen from proton that is heavier and not so easy to undergo those processes.

π^- is also different from all above:

- pi-Inelastic: π^- inelastic (a.k.a. nuclear reaction)
- hIoni
- HadElastic
- Decay
- hBertiniCaptureAtRest: Rest π^- get absorbed by nuclear.
- $> 3 \text{ MeV}$

- CoulombScat

π^- is very different due to hBertiniCaptureAtRest, where a π^- at rest may get captured by a nuclear, by coulomb force between them. This process will make the nuclear to break apart into smaller nuclei, and may release gamma rays.

π^\pm may decay, its also different to proton, which will not, at least in current acknowledgements. Decay can happen at any time. For π^+ , it can decay when propagating, or when at rest. But for π^- , when it lost all its energy, it will quickly get absorbed by a nuclear, rather than to decay.

C.1.2 Stopping or disappearing process

Another story is stopping process, it is defined as the last process recorded, before which, the particle have non-zero kinetic energy, and after which, the particle gets disappeared or have an energy lower than a tracking threshold.

For stable particles, disappearing process is the same as stopping process, they just lost all energy and stays where it is, no longer leave information on tracker. But for unstable particles, if it loss all its kinetic energy, it will either decay or get absorbed.

For protons, which are stable, they can

- Stopped with a process, and stay there
 - hIoni, high fraction at low energy
- Disappeared with a process
 - protonInelastic, high fraction at high energy

The fractions are likely to equal at about 350 MeV (Momentum 883 MeV/c) kinetic energy.

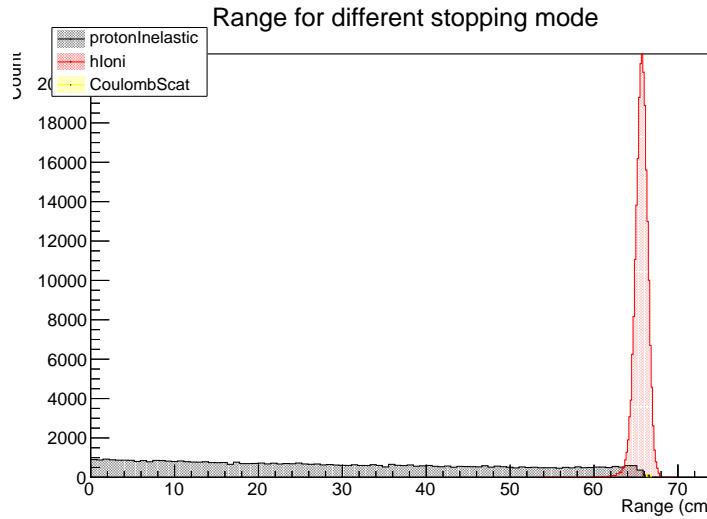


图 C.1 Depth distribution for proton at kinetic 350 MeV, you can see particles stop both either hIoni process and protonInelastic process and they take similar fraction, this figure and all figures in this appendix is using Geant 4 framework developed by [Agostinelli et al. \(2003\)](#); [Allison et al. \(2006\)](#); [Allison et al. \(2016\)](#), unless specified separately

π^+ are unstable, thus they can disappear by decaying, what I observed is that:

- Stopped by hIoni process, and decay then
- Undergoes pi+Inelastic and disappear
- Undergoes Decay and disappear

At lower energy hIoni then Decay take the most fraction, and pi+Inelastic for the higher energy. Likely equal fraction at around 150 MeV (Momentum 251 MeV/c).

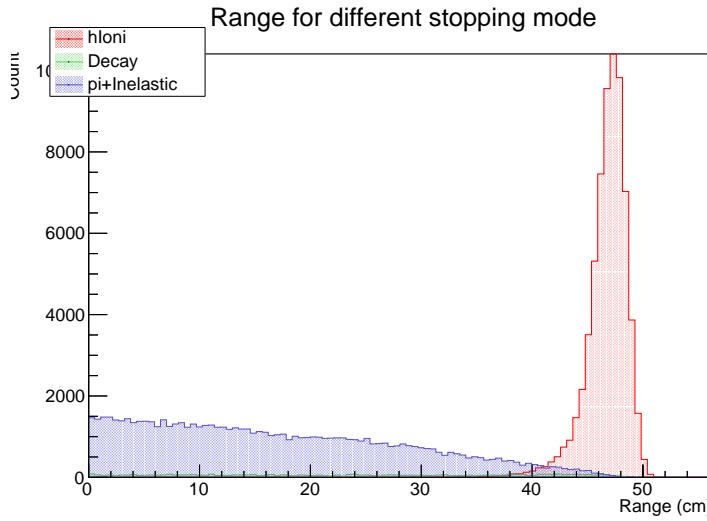


图 C.2 Depth distribution for π^+ at kinetic 150 MeV, like the plot above for protons, but the shape for inelastic process has different shape, , and for the Decay process in figures, the event count is so small that the bars are hard to see

That process that makes π^- different from its partner is “Capture at Rest” (hBertiniCaptureAtRest).

- Stopped by hIoni process, and hBertiniCaptureAtRest then
- Undergoes pi-Inelastic and disappear
- Undergoes Decay and disappear

Similarly to π^+ , at lower energy hIoni then capture take the most fraction, and pi+Inelastic for the higher energy. Equal fraction at around 150 MeV (Momentum 251 MeV/c).

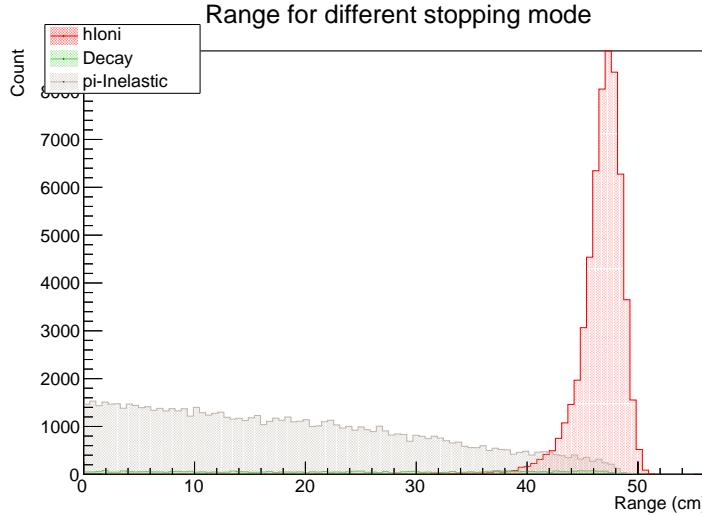
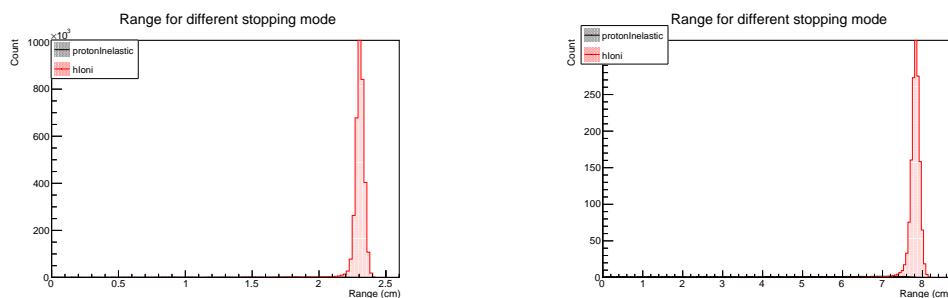


图 C.3 Depth distribution for π^- at kinetic 150 MeV

As we are going to work with lower energy, so following part we will only focus on hIoni stopping particles. Since we will see for those hIoni stopped particle, the detector can tell more useful information. For example, range will be related to energy when stopped with hIoni process, but not with those Inelastic process. For hIoni stopped particles it provides unique handle to get momentum and PID from range and $\frac{dE}{dx}$

C.2 Range distribution

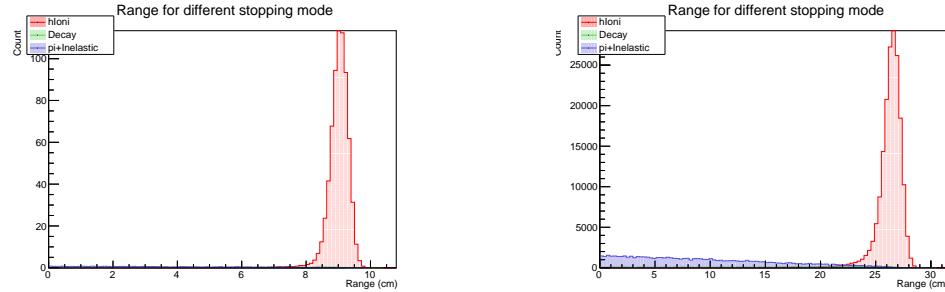
C.2.1 Range Distribution for protons



(a) Range Distribution for protons, kinetic energy 50 MeV, at this energy point, its range is small, which is also seen on other particles

(b) Range Distribution for protons, kinetic energy 100 MeV, you can see a peak for hIoni, and (nearly can't) see the protonInelastic process that takes a uniform-like distribution from 0 to stopping point, with a very low fraction

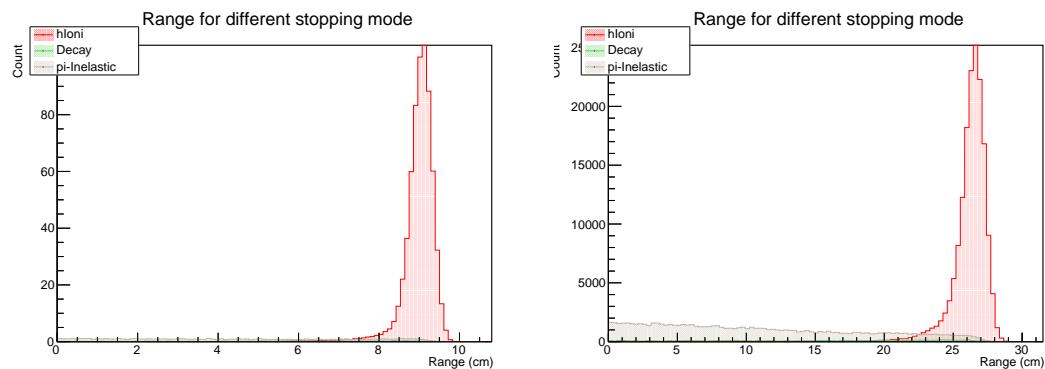
C.2.2 Range Distribution for π^+



(a) Range Distribution for π^+ , kinetic energy 50 MeV, compared to what we see in 100 MeV, pi+Inelastic takes a low fraction that we can't even see

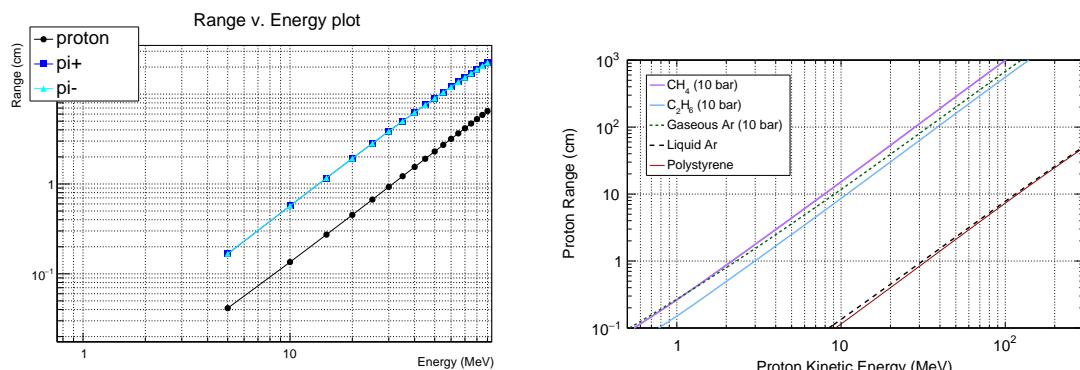
(b) Range Distribution for π^+ , kinetic energy 100 MeV, like what for proton, there is a peak for hIoni, and a decreasing distribution for pi+Inelastic

C.2.3 Range Distribution for π^-



(a) Range Distribution for π^- , kinetic energy 50 MeV (b) Range Distribution for π^- , kinetic energy 100 MeV

C.3 Range v. Energy Plot



(a) Range plot, in double log scale, it is linear and the curves for π^\pm overlapped with each other

(b) Figure from Hamacher-Baumann et al. Hamacher-Baumann et al. (2020), in comparison

The power law can be retrieved by Bethe formula:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \frac{4\pi}{m_e c^2} \cdot \frac{n z^2}{\beta^2} \cdot \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I \cdot (1 - \beta^2)} \right) - \beta^2 \right] \quad (\text{C.1})$$

Dismiss the subleading terms part and abstract constants, we get:

$$\begin{aligned} -\frac{dE}{dx} &\propto \frac{1}{v^2} \\ &\approx \frac{m}{E} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

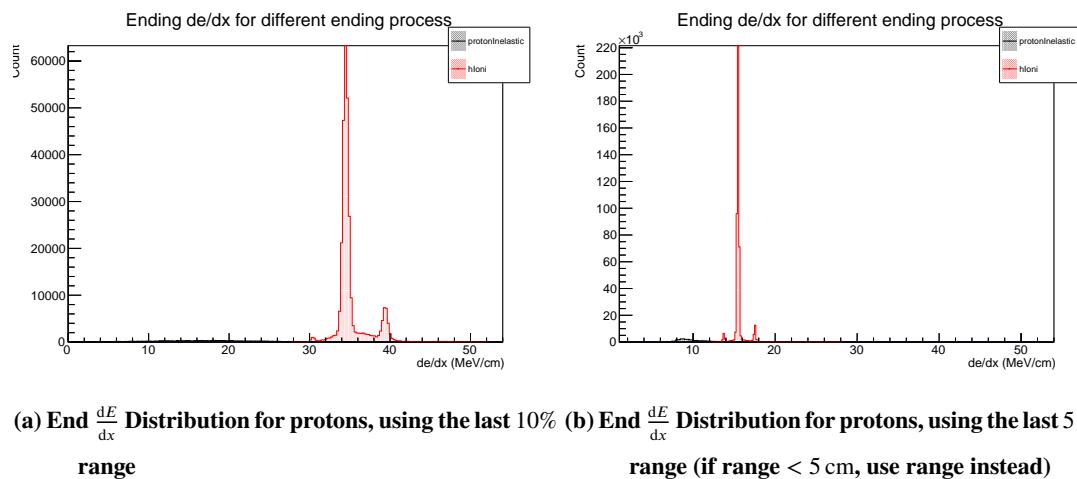
By integration, we can tell that range $\propto E^2$ and range $\propto m^{-1}$. The fit results are slightly different, which is about Range \propto Energy^{1.7} for pions and Range \propto Energy^{1.75} for protons. When the $\pm 10\%$ width in range distribution being taken into consideration.

Figure C.7a makes it possible to tell the energy of a particle, when given its range and its type, and when it stopped by ionization. Non-ionization process can stop the particle every where.

C.4 PID in magnetic field free TPC

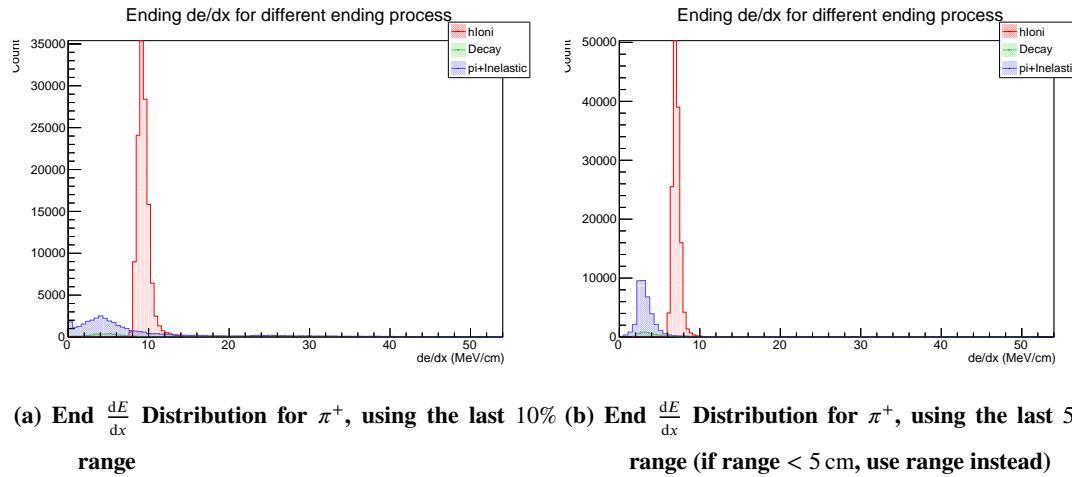
For big liquid argons, its impossible to cover the detector with magnetic field, that means we are not able to tell its momentum from the radius of track. Another PID method should be constructed. In this part we will look into end of track $\frac{dE}{dx}$.

C.4.1 End $\frac{dE}{dx}$ Distribution for protons @ 100 MeV



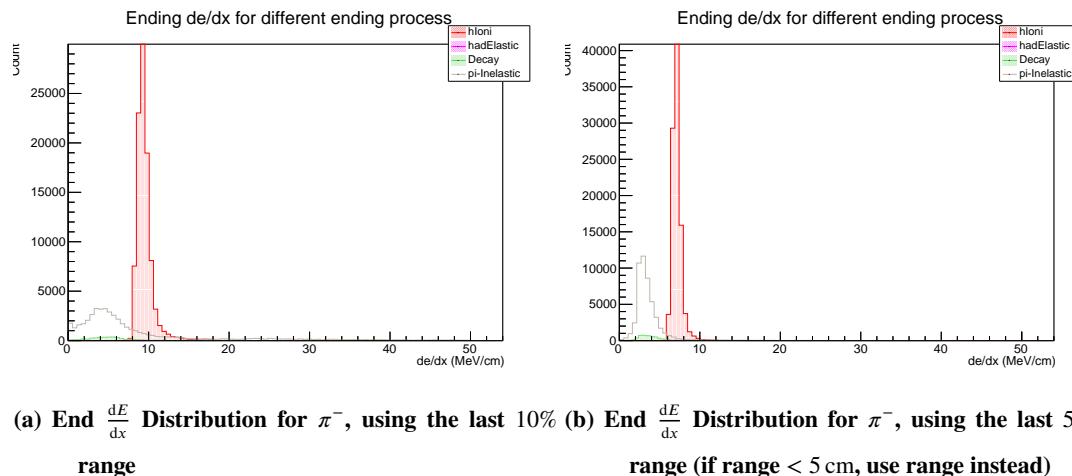
Those figures both gives a triple-peak structure called Bragg peak. The origin of the secondary peaks is under investigation at the time of writing.

C.4.2 End $\frac{dE}{dx}$ Distribution for π^+ @ 100 MeV

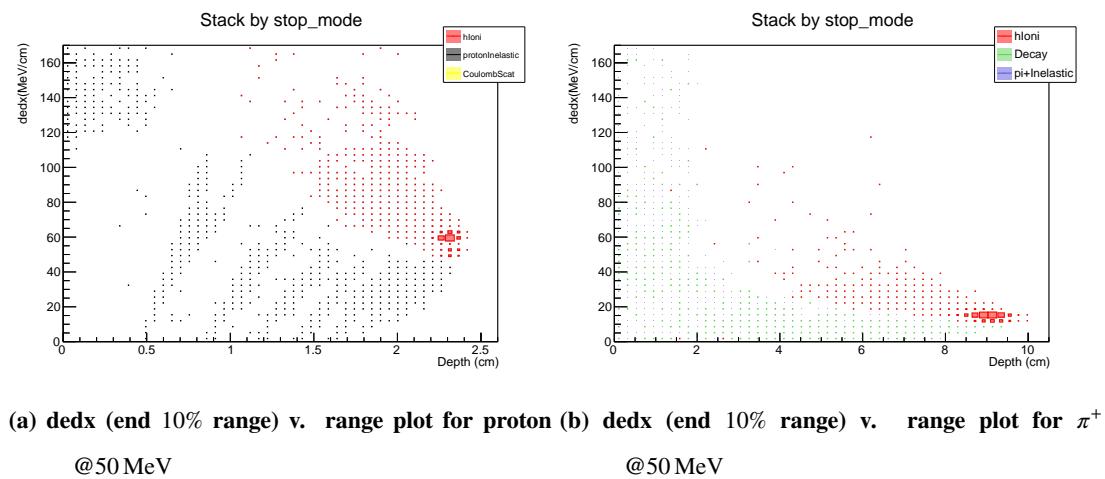
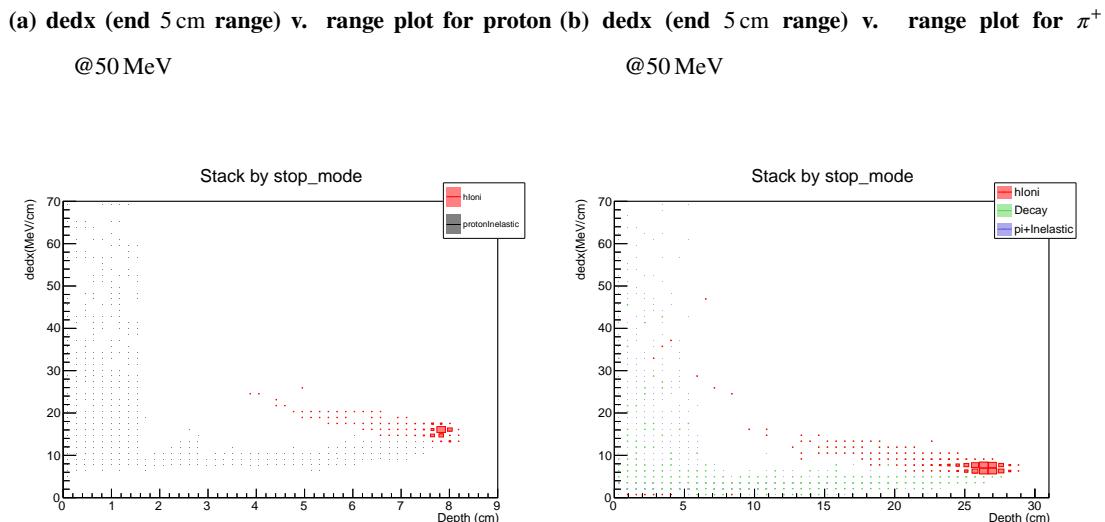
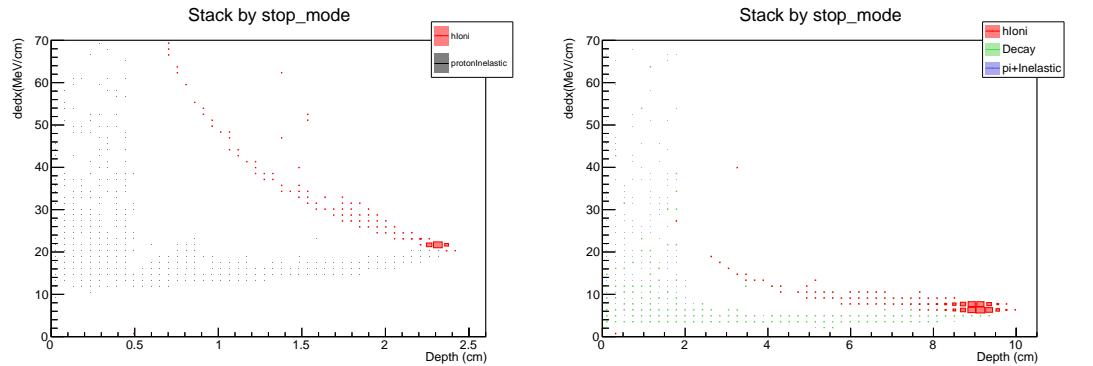


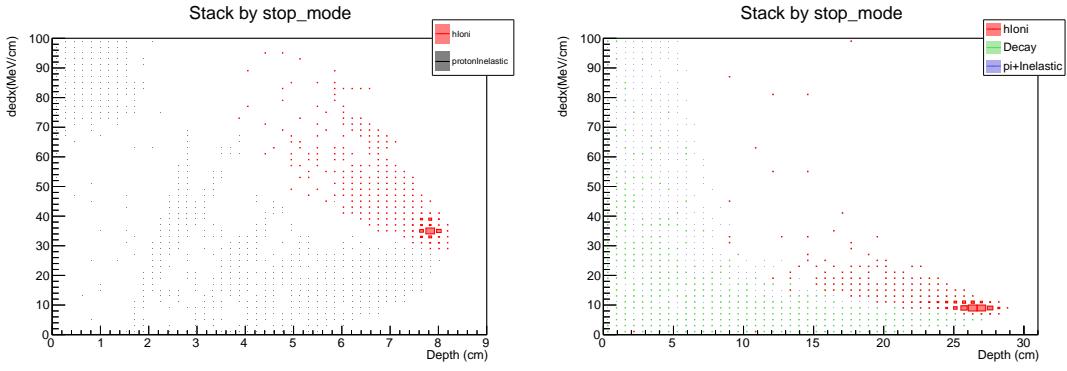
The two peak structure also exist here, suggests we can distinguish hIoni from Inelastic for π^+

C.4.3 End $\frac{dE}{dx}$ Distribution for π^- @ 100 MeV

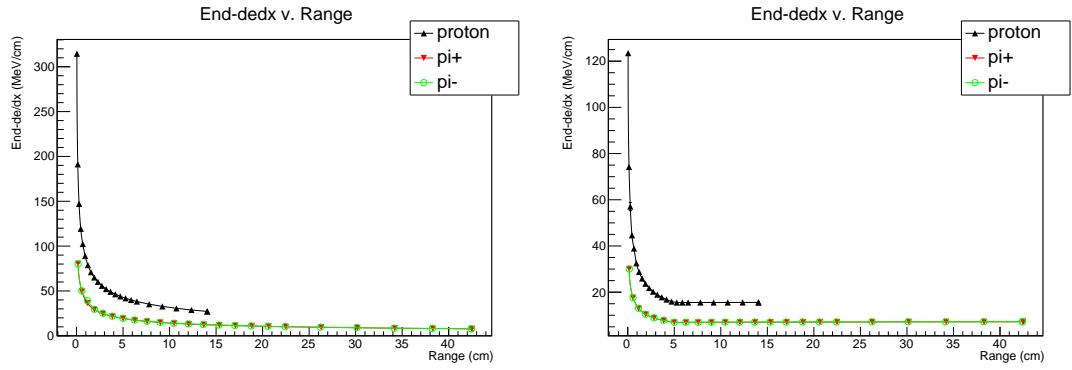


And the shape of the distributions are nearly the same for π^\pm .





We can run the simulation for different energy and different types of particles, and keep track of the position of the ionization “cluster” in those figures, we can see that:



Here comes a possible method of determining both particle type and energy from magnetic field-less TPC:

1. Measure the range and ending 10% path averaged $\frac{dE}{dx}$ of a unknown particle
2. The two value should fall into one of the two lines, unless
 - it is not protons or pions, or
 - it stopped with proton/pi+/pi-Inelastic process (nuclear reaction). In this case we don't expect to get so much information from TPC.
3. depending on which line, we can use the model built with range-energy plot to tell its energy /momentum (in practice, we need greater Bragg peak to make sure we can measure range correctly, so this is more likely to work for protons)

In a real TPC, we can only see ionization from various particles, that makes it hard to tell if a track have more than one particle. This can be hard to solve and need further investigation.

参考文献

- Abe K, Abgrall N, Aihara H, et al. The t2k experiment [J/OL]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2011, 659(1): 106–135. <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2011.06.067>.
- Agostinelli S, Allison J, Amako K, et al. Geant4—a simulation toolkit [J/OL]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2003, 506(3): 250-303. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900203013688>. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)01368-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8).
- Ahmad Q R, Allen R C, Andersen T C, et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the sudbury neutrino observatory [J/OL]. Physical Review Letters, 2002, 89(1). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.011301>. DOI: <10.1103/physrevlett.89.011301>.
- Ahn J K, Chebotaryov S, Choi J H, et al. Observation of reactor electron antineutrinos disappearance in the reno experiment [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2012, 108: 191802. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.191802>.
- Allison J, Amako K, Apostolakis J, et al. Geant4 developments and applications [J/OL]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2006, 53(1): 270-278. DOI: <10.1109/TNS.2006.869826>.
- Allison J, Amako K, Apostolakis J, et al. Recent developments in geant4 [J/OL]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2016, 835: 186-225. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900216306957>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.06.125>.
- Alt C. Sensitivity study for proton decay via $p \rightarrow K^+ + \bar{\nu}$ in the deep underground neutrino experiment [EB/OL]. 2019. https://indico.cern.ch/event/801048/contributions/3479565/attachments/1899333/3134574/ChristophAlt_ProtonDecayInDUNE_SPSAnnualMeeting_29_08_2019.pdf.
- An F P, Bai J Z, Balantekin A B, et al. Observation of electron-antineutrino disappearance at daya bay [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2012, 108: 171803. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.171803>.
- An F, An G, An Q, et al. Neutrino physics with JUNO [J/OL]. IOP Publishing, 2016, 43(3): 030401. <https://doi.org/10.1088/0954-3899/43/3/030401>.
- Andreopoulos C, Bell A, Bhattacharya D, et al. The genie neutrino monte carlo generator [J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2010, 614(1): 87-104.

- Andreopoulos C, Barry C, Dytman S, et al. The genie neutrino monte carlo generator: physics and user manual [J]. arXiv preprint arXiv:1510.05494, 2015.
- Ankowski A M, Benhar O, Coloma P, et al. Comparison of the calorimetric and kinematic methods of neutrino energy reconstruction in disappearance experiments [J]. Physical Review D, 2015, 92(7): 073014.
- Ankowski A M, Coloma P, Huber P, et al. Missing energy and the measurement of the c p-violating phase in neutrino oscillations [J]. Physical Review D, 2015, 92(9): 091301.
- Apollonio M, Baldini A, Bemporad C, et al. Search for neutrino oscillations on a long base-line at the chooz nuclear power station [J/OL]. The European Physical Journal C, 2003, 27(3): 331–374. <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s2002-01127-9>.
- Baller B, Bromberg C, Buchanan N, et al. Liquid argon time projection chamber research and development in the united states [J/OL]. Journal of Instrumentation, 2014, 9(05): T05005-T05005. <https://doi.org/10.1088/1748-0221/9/05/t05005>.
- Barr G D, Gaisser T K, Lipari P, et al. Three-dimensional calculation of atmospheric neutrinos [J/OL]. Phys. Rev. D, 2004, 70: 023006. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.70.023006>.
- Bellini G, Benziger J, Bick D, et al. Neutrinos from the primary proton–proton fusion process in the sun [J]. Nature, 2014, 512(7515): 383.
- Bilenky S M, Faessler A, Gutsche T, et al. Neutrinoless double β -decay and neutrino mass hierarchies [J/OL]. Physical Review D, 2005, 72(5). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.72.053015>. DOI: [10.1103/physrevd.72.053015](https://doi.org/10.1103/physrevd.72.053015).
- Blennow M, Coloma P, Huber P, et al. Quantifying the sensitivity of oscillation experiments to the neutrino mass ordering [J/OL]. Journal of High Energy Physics, 2014, 2014(3). [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03\(2014\)028](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03(2014)028). DOI: [10.1007/jhep03\(2014\)028](https://doi.org/10.1007/jhep03(2014)028).
- Brun R, Rademakers F. Root—an object oriented data analysis framework [J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 1997, 389(1-2): 81-86.
- Buss O, Gaitanos T, Gallmeister K, et al. Transport-theoretical description of nuclear reactions [J/OL]. Physics Reports, 2012, 512(1): 1-124. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157311003619>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2011.12.001>.
- Prosper H B, Lyons L. Proceedings of the PHYSTAT 2011 Workshop on Statistical Issues Related to Discovery Claims in Search Experiments and Unfolding: CERN, Geneva, Switzerland 17 - 20 Jan 2011. PHYSTAT 2011 Workshop on Statistical Issues Related to Discovery Claims in Search Experiments and Unfolding [C/OL]. Geneva: CERN, 2011. <https://cds.cern.ch/record/1306523>. DOI: [10.5170/CERN-2011-006](https://doi.org/10.5170/CERN-2011-006).
- Cheng J, Li Y F, Lu H Q, et al. Neutral-current background induced by atmospheric neutrinos at

- large liquid-scintillator detectors: II. in situ measurement [J]. arXiv preprint arXiv:2009.04085, 2020.
- Cheng J, Li Y F, Wen L J, et al. Neutral-current background induced by atmospheric neutrinos at large liquid-scintillator detectors: I. model predictions [J]. arXiv preprint arXiv:2008.04633, 2020.
- DUNE Collaboration, Abi B, Acciarri R, et al. Long-baseline neutrino oscillation physics potential of the dune experiment [Z]. 2020.
- Eguchi K, Enomoto S, Furuno K, et al. First results from kamland: Evidence for reactor antineutrino disappearance [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2003, 90: 021802. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.90.021802>.
- Friedland A, Li S W. Understanding the energy resolution of liquid argon neutrino detectors [J]. Physical Review D, 2019, 99(3): 036009.
- Friedland A, Li S W. Simulating hadron test beams in liquid argon [J]. Physical Review D, 2020, 102(9): 096005.
- Gagunashvili N D. Comparison of weighted and unweighted histograms [R/OL]. 2006. <https://cds.cern.ch/record/950710>.
- Gaisser T K, Honda M. Flux of atmospheric neutrinos [J/OL]. Annual Review of Nuclear and Particle Science, 2002, 52(1): 153-199. <https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.52.050102.090645>.
- Guo W l. Atmospheric neutrinos in JUNO [J/OL]. J. Phys. Conf. Ser., 2017, 888(1): 012205. DOI: [10.1088/1742-6596/888/1/012205](https://doi.org/10.1088/1742-6596/888/1/012205).
- Hagiwara K, Hikasa K, Nakamura K, et al. Review of particle physics [J]. Physical Review D (Particles and Fields), 2002, 66(1).
- Hamacher-Baumann P, Lu X, Martín-Albo J. Neutrino-hydrogen interactions with a high-pressure time projection chamber [J/OL]. Phys. Rev. D, 2020, 102: 033005. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.102.033005>.
- Hellgartner D A. Advanced Event Reconstruction in LENA and Precision Attenuation-Length Measurements in Liquid Scintillators [D]. Munich, Tech. U., 2015.
- Honda M, Kajita T, Kasahara K, et al. Calculation of atmospheric neutrino flux using the interaction model calibrated with atmospheric muon data [J/OL]. Phys. Rev. D, 2007, 75: 043006. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.75.043006>.
- Honda M, Athar M S, Kajita T, et al. Atmospheric neutrino flux calculation using the nrlmsise-00 atmospheric model [J/OL]. Phys. Rev. D, 2015, 92: 023004. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.92.023004>.
- Hosaka J, Ishihara K, Kameda J, et al. Three flavor neutrino oscillation analysis of atmospheric

- neutrinos in super-kamiokande [J/OL]. Physical Review D, 2006, 74(3). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.74.032002>. DOI: [10.1103/physrevd.74.032002](https://doi.org/10.1103/physrevd.74.032002).
- Huang X, Li T, Zou J, et al. Offline Data Processing Software for the JUNO Experiment [J/OL]. PoS, 2017, ICHEP2016: 1051. DOI: [10.22323/1.282.1051](https://doi.org/10.22323/1.282.1051).
- Hyper-Kamiokande Collaboration, Abe K, Abe T, et al. Letter of intent: The hyper-kamiokande experiment — detector design and physics potential — [Z]. 2011.
- Hyper-Kamiokande Proto-Collaboration, :, Abe K, et al. Hyper-kamiokande design report [Z]. 2018.
- JUNO Collaboration, Abusleme A, Adam T, et al. Measuring low energy atmospheric neutrino spectra with the juno detector [Z]. 2021.
- Katori T. Meson exchange current (mec) models in neutrino interaction generators [Z]. 2013.
- Kelly K J, Machado P A N, Martinez-Soler I, et al. Sub-gev atmospheric neutrinos and cp violation in dune [J/OL]. Phys. Rev. Lett., 2019, 123: 081801. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.123.081801>.
- Klinger J, Kudryavtsev V, Richardson M, et al. Muon-induced background to proton decay in the $p \rightarrow k + \nu$ decay channel with large underground liquid argon tpc detectors [J/OL]. Physics Letters B, 2015, 746: 44-47. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269315003081>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2015.04.054>.
- Kodama K, Ushida N, Andreopoulos C, et al. Observation of tau neutrino interactions [J/OL]. Physics Letters B, 2001, 504(3): 218–224. [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693\(01\)00307-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-2693(01)00307-0). DOI: [10.1016/s0370-2693\(01\)00307-0](https://doi.org/10.1016/s0370-2693(01)00307-0).
- Lalakulich O, Gallmeister K, Mosel U. Neutrino nucleus reactions within the gibuu model [Z]. 2011.
- Learned J G, Dye S T, Pakvasa S, et al. Determination of neutrino mass hierarchy and θ_{13} with a remote detector of reactor antineutrinos [J/OL]. Physical Review D, 2008, 78(7). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.78.071302>. DOI: [10.1103/physrevd.78.071302](https://doi.org/10.1103/physrevd.78.071302).
- Leitner T, Mosel U. Neutrino-nucleus scattering reexamined: Quasielastic scattering and pion production entanglement and implications for neutrino energy reconstruction [J/OL]. Phys. Rev. C, 2010, 81: 064614. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.81.064614>.
- Li Z, Zhang Y, You Z, et al. Event vertex and time reconstruction in large volume liquid scintillator detector [Z]. 2021.
- Loo K. Extending physics potential of large liquid scintillator neutrino detectors [J]. Research report/Department of Physics, University of Jyväskylä, 2016(2016, 14).
- Lu X G, Pickering L, Dolan S, et al. Measurement of nuclear effects in neutrino interactions with minimal dependence on neutrino energy [J/OL]. Phys. Rev. C, 2016, 94: 015503. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.94.015503>.

- Lu X, Haidari R. Visosim—visualisation of oscillation [EB/OL]. 2019. <http://www-pnp.physics.ox.ac.uk/~luxi/visos/im/>.
- Lu X, Sobczyk J T. Identification of nuclear effects in neutrino and antineutrino interactions on nuclei using generalized final-state correlations [J/OL]. Physical Review C, 2019, 99(5). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.99.055504>. DOI: [10.1103/physrevc.99.055504](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.99.055504).
- Mosel U, Lalakulich O, Gallmeister K. Energy reconstruction in the long-baseline neutrino experiment [J]. Physical Review Letters, 2014, 112(15): 151802.
- Nakamoto T, Ishibashi K, Matsufuji N, et al. Charged particle identification including pions by pulse shape discrimination with an NE213 liquid scintillator [J/OL]. Rev. Sci. Instrum., 1995, 66: 5327-5330. DOI: [10.1063/1.1146106](https://doi.org/10.1063/1.1146106).
- NOvA Collaboration, Adamson P, Ader C, et al. First measurement of muon-neutrino disappearance in nova [J/OL]. Physical Review D, 2016, 93(5). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.93.051104>. DOI: [10.1103/physrevd.93.051104](https://doi.org/10.1103/physrevd.93.051104).
- Qian X, Vogel P. Neutrino mass hierarchy [J/OL]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2015, 83: 1–30. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ppnp.2015.05.002>.
- Qian X, Tan A, Wang W, et al. Statistical evaluation of experimental determinations of neutrino mass hierarchy [J/OL]. Phys. Rev. D, 2012, 86: 113011. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.86.113011>.
- Qian Z, Belavin V, Bokov V, et al. Vertex and energy reconstruction in juno with machine learning methods [Z]. 2021.
- Reines and Cowan C L, Reines F, Harrison F, et al. Detection of the free neutrino: a confirmation [J]. Science, 1956, 124(3212): 103-104.
- RENO Collaboration, Ahn J K, Chebotaryov S, et al. Observation of reactor electron antineutrinos disappearance in the reno experiment [J/OL]. Physical Review Letters, 2012, 108(19). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.191802>. DOI: [10.1103/physrevlett.108.191802](https://doi.org/10.1103/physrevlett.108.191802).
- Richard E, Okumura K, Abe K, et al. Measurements of the atmospheric neutrino flux by super-kamiokande: Energy spectra, geomagnetic effects, and solar modulation [J/OL]. Physical Review D, 2016, 94(5). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.94.052001>. DOI: [10.1103/physrevd.94.052001](https://doi.org/10.1103/physrevd.94.052001).
- Schael S, et al. Precision electroweak measurements on the Z resonance [J/OL]. Phys. Rept., 2006, 427: 257-454. DOI: [10.1016/j.physrep.2005.12.006](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.12.006).
- Settanta G, Mari S M, Martellini C, et al. Atmospheric neutrino spectrum reconstruction with juno [J]. arXiv preprint arXiv:1910.11172, 2019.
- Settanta G, Mari S, Martellini C, et al. Atmospheric neutrino spectrum reconstruction with juno

- [J/OL]. Proceedings of European Physical Society Conference on High Energy Physics — PoS(EPS-HEP2019), 2020. <http://dx.doi.org/10.22323/1.364.0041>.
- Smirnov A Y. The Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein (MSW) Effect [C]//International Conference on History of the Neutrino: 1930-2018. 2019.
- Super-Kamiokande Collaboration, Fukuda Y, Hayakawa T, et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos [J/OL]. Physical Review Letters, 1998, 81(8): 1562–1567. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.1562>. DOI: [10.1103/physrevlett.81.1562](https://doi.org/10.1103/physrevlett.81.1562).
- The BOREXINO Collaboration, Agostini M, Altenmüller K, et al. First direct experimental evidence of cno neutrinos [Z]. 2020.
- The JUNO collaboration. Layout of juno detector [EB/OL]. 2019. http://pic.ihep.cas.cn/tpk/dkxzz_tpk/JUNO/201906/t20190621_5326745.html.
- Walter C W. The super-kamiokande experiment [J/OL]. Neutrino Oscillations, 2008: 19–43. http://dx.doi.org/10.1142/9789812771971_0002.
- Wendell R, Super-Kamiokande collaboration. Prob3++ [EB/OL]. 2021. <https://github.com/rogerwendell/Prob3plusplus>.
- Wright D, Kelsey M. The geant4 bertini cascade [J/OL]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2015, 804: 175-188. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900215011134>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2015.09.058>.
- Zyla P A, Barnett R M, Beringer J, et al. Review of Particle Physics [J/OL]. Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2020, 2020(8). <https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104>.

致 谢

感谢中国科学院大学物理科学学院的郑阳恒教授以及牛津大学的卢显国博士对于我的指导。郑阳恒教授在我本科期间长期给予我指导，从北京谱仪开始，带领我走进了高能物理实验的领域。卢显国博士是我在中微子实验相关的领域的领路人，他帮助我了解了这篇论文需要的众多知识。他们两人在研究进行和文章撰写过程中给了我很多具体的建议，没有他们两人的指导，这篇论文就不可能完成。

与中山大学的尤郑昀教授的邮件与现场交流也对我有重大的帮助。另外法兰克福大学的 Kai Gallmeister 教授通过邮件列表帮助我解决了一些关于 GIBUU 的软件问题。¹感谢他们对于我的这篇论文的无私奉献，他们的帮助避免了我走弯路。

另外，还要感谢中国科学院大学对于我提供的这个平台，没有这个平台的帮助，我不可能结识到这些对于我做出巨大帮助的人，也没有可能完成这篇文章。在这里，我也遇到了对于我帮助很多的同学，与同学们的相处给我带来了很大的精神支持。除了同学带来的精神支持，也要感谢家人在整个过程中对于我的鼓励和帮助，父母的支持是我得以完成这篇论文的精神支柱。

¹Prof. Kai Gallmeister from Universität Frankfurt helped me out of some GIBUU problems by mailing list, thanks for his patience solving my problems.

